

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$
 $x = 1$ 대입, $c = 2$
 $x = -1$ 대입, $b = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

2. 등식 $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 + (b + c)x - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ $\frac{2}{3}$ ㉢ $-\frac{7}{3}$ ㉣ $-\frac{11}{3}$ ㉤ $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, -(2a + c) = b + c, 1 = -c$$

$$a - b = -2, -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

3. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A, B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$
 $-10 = 2B \quad \therefore B = -5$
또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$
 $-2 = 2A \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A = -1, B = -5$
 $\therefore A + B = -6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
 $4x - 6 = (A - B)x + A + B$
 $\therefore A + B = -6$

4. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$\therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$\therefore b = 3$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$\therefore c = 0$

$\therefore abc = 0$

5. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면: $a = 1$
 $x = -1$ 을 대입하면: $b = 2$
 $x = 2$ 을 대입하면: $c = -1$
 $\therefore a + b + c = 2$

6. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 항상 $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t$ 라 하면
 $x = 2t - 1, y = 3t + 1$
이것을 $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면
 $a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$
 $(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$
이 식이 모든 실수 t 에 대하여 성립해야 하므로
 $2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면
 $a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$

해설

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC$ 성질 이용
 $3x + 3 = 2y - 2$
 $3x - 2y + 5 = 0$ 은 $ax + by + 5 = 0$
 $\therefore a = 3, b = -2$

7. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

8. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10 ② 10 ③ -4 ④ 4 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 이라고 놓으면

$f(-1) = R$

$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

따라서 $R = -10$

9. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1) Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

10. 다항식 $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$ 가 $x + 1$ 로 나누어떨어지도록 상수 k 의 값을 정하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

즉, $f(-1) = 0$ 이므로
 $f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \therefore k = 1$

11. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

12. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

13. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

14. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$ 을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$

$x = 1$ 을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$

$x = -2$ 를 대입 $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

15. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

16. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

17. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

$$\text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 = Q(1) + R$$

$$\therefore Q(1) + R = 13$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

18. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

19. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

20. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

21. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

22. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

23. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

24. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x + 2$ 로도 나누어떨어지고, $x - 1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

- ① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

25. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$
 $\qquad\qquad\qquad = (x - 1)(x + 2)Q(x)$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

26. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가
 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
 $P(-1) = P(3) = 0$
 $P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$
 $P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$
 $\therefore a = -22, b = -15$

27. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

28. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

㉠ -2 ㉡ -1 ㉢ 0 ㉣ 1 ㉤ 2

해설

양변에 $x=1$ 을 대입하면, $0=a-b \cdots \textcircled{㉠}$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면, $0=-2-a-b \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $a=b=-1$

$\therefore a+b=-2$

29. 다음 식 $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

- ① 4 ② -32 ③ -64 ④ 32 ⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우

$x = 1$ 을 대입한다.

$$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$$

30. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서

$f(-2) = g(-2)$ 이므로

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

31. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

32. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

- ① $-\frac{19}{3}$ ② $-\frac{25}{6}$ ③ $-\frac{29}{6}$ ④ $-\frac{14}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x + 1)Q(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q'(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, \quad n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

33. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 m, n 이라 하자. 이 때 $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 를 m 과 n 이 포함된 식으로 나타내면?

① $R(x) = (m-n)x + (m+n)$

② $R(x) = (m+n)x + (m-n)$

③ $R(x) = (m-n)x - (m+n)$

④ $R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$

⑤ $R(x) = \frac{m+n}{2}x + \frac{m-n}{2}$

해설

주어진 조건으로 식을 세우면 각각 다음과 같다.

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + m$$

$$= (x+1)Q_2(x) + n$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)Q_3(x) + R(x)$$

$$\therefore, f(1) = R(1) = m \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = R(-1) = n \cdots \textcircled{2}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면 ①, ②에 의해

$a + b = m, -a + b = n$ 이므로

$$a = \frac{m-n}{2}, b = \frac{m+n}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$$

34. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

35. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
 $f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.
 $f(1) = a + b = 2$
 $f(-2) = -2a + b = 5$
연립하면, $a = -1$ $b = 3$
 $\therefore R(x) = -x + 3$
 $R(2) = 1$

36. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

37. 이차 이상의 다항식 $p(x)$ 를 $x - 2007$ 와 $x - 2008$ 으로 나눈 나머지는 각각 2007와 2008이다. $p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눈 나머지는?

① 2007×2008

② $2007x$

③ $2008x$

④ $x - 2007 \times 2008$

⑤ x

해설

$p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지를 각각 $q(x)$ 와 $ax + b$ 라 놓으면
 $p(x) = (x - 2007)(x - 2008)q(x) + ax + b \cdots \cdots \textcircled{1}$
나머지정리에 의해
 $p(2007) = 2007, p(2008) = 2008$ 이므로
 $\textcircled{1}$ 의 x 에 2007와 2008을 대입하면
 $2007a + b = 2007, 2008a + b = 2008$
 $\therefore a = 1, b = 0$
그러므로 구하는 나머지는 x

38. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=1$
- ④ $d=4$
- ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

39. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	b	1
		c	d	1
	1	3	-1	2

- ① $a = 3$
- ② $b = 2$
- ③ $c = -1$
- ④ $d = -3$
- ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

-1	1	a	b	1
		-1	$-a + 1$	$-b + a - 1$
	1	$a - 1$	$b - a + 1$	$-b + a$

이때 $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$ 이므로

$k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

40. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

1	1	a	b	c
		d	e	f
	1	g	h	i

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	b	c
		1	$a+1$	$a+b+1$
	1	$a+1$	$a+b+1$	$a+b+c+1$

이때 $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$a+b+c = 0$

따라서 ③이다.

41. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율 (%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때, $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
- ② $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
- ③ $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
- ④ $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
- ⑤ $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,
 $t = 0 \rightarrow 1985$ 년, $t = 1 \rightarrow 1990$ 년, $t = 2 \rightarrow 1995$ 년
 $P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,
 $P_2(0) = P_1(1)$ 이므로 $P_2(t)$ 에서
 $t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

42. $y = kx^2 + (1 - 2k)x + k - 1$ 의 그래프는 k 에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를 $B(b, 1)$ 라 할 때, AB의 길이가 $\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 b 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ -2 ④ -3 ⑤ -1

해설

- (i) 준식을 k 에 관하여 정리하면
 $(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$
이 식이 k 의 값에 관계없이 성립할 조건은
 $x^2 - 2x + 1 = 0, x - y - 1 = 0$
 $\therefore x = 1, y = 0$
 $\therefore A(1, 0)$
(ii) $A(1, 0), B(b, 1)$ 에서
 $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{AB} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$
 $b^2 - 2b = 0, b(b-2) = 0 \quad \therefore b = 0, 2$
 $\therefore b$ 의 값들의 합은 2

43. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누면 나누어 떨어지고, $f(x) - g(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기]의 다항식 중에서 $x + 1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $x + f(x)$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $x - g(x)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $x + f(x)g(x)$

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}, \textcircled{\tiny \text{㉢}}$

해설

$f(x) + g(x) = (x + 1)Q(x)$
 $f(x) - g(x) = (x + 1)Q'(x) + 2$
 $x = -1$ 을 두 식에 각각 대입하면
 $f(-1) + g(-1) = 0 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$
 $f(-1) - g(-1) = 2 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 을 연립하여 풀면 $f(-1) = 1, g(-1) = -1$
보기의 식 중에서 $x + 1$ 로 나누어 떨어지는 것은 $x = -1$ 을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $-1 + f(-1) = -1 + 1 = 0$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $-1 - g(-1) = -1 + 1 = 0$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $-1 + f(-1)g(-1) = -1 + 1 \times (-1) = -2$
 $\therefore \textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$

44. $x^{113} + 1$ 을 $x^3 + x$ 로 나누었을 때, 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라고 하자. 이때, $R(2006)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2007

해설

$$\begin{aligned}x^{113} + 1 &= (x^3 + x)Q(x) + R(x) \\ &= x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c\end{aligned}$$

항등식이므로 $x = 0, x^2 = -1$ 을 각각 대입하면,

$$1 = c, \quad x + 1 = -a + bx + c$$

$$\therefore a = 0, \quad b = 1$$

$$\therefore R(x) = x + 1$$

$$\text{따라서 } R(2006) = 2007$$

45. $x-1$ 로 나누면 나머지가 3, $x-2$ 로 나누면 나머지가 7, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(-3)$ 의 값은?

① 7 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면 $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

46. 다항식 $x^{51} + 30$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. 이때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + R$ 이라 하면

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 29$

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + 29$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는

$Q(1)$, $x = 1$ 식에 대입

$31 = 2Q(1) + 29$

$\therefore Q(1) = 1$

47. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을 $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41 ② 31 ③ 21 ④ 11 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\ &= (x^2 + x + 1)((x - 1)p(x) + 2) + 3x + 2 \\ &= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11 \end{aligned}$$

48. 함수 $f(x) = x^2 + px + q$ 와 $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고, $f(\sqrt{2}+1) = 0$, $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때, $g(x)$ 를 $f(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $x + 1$

② $x - 1$

③ $-x + 1$

④ $-x - 1$

⑤ $2x + 1$

해설

$g(x)$ 를 $f(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$

나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$$

$$g(\sqrt{2}+1) = f(\sqrt{2}+1)Q(\sqrt{2}+1) + a(\sqrt{2}+1) + b$$
$$= a(\sqrt{2}+1) + b \quad (\because f(\sqrt{2}+1) = 0)$$

$$\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 나머지는 $x + 1$

49. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + R \\ &= 3\left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}Q(x) + R \\ &= (3x - 2)\frac{1}{3}Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

50. $f(x) = 3x^3 - x + 2$ 일 때, $f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 이다. 이 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하면 ?

- ① 4
- ② 14
- ③ 24
- ④ 34
- ⑤ 44

해설

$f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $f(2) = A + B + C + D$ 이므로
 $f(2)$ 를 구하기 위해서는
 $f(x) = 3x^3 - x + 2$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $f(2) = 3 \times 2^3 - 2 + 2 = 24$

해설

$x + 1 = t$ 라 하면,
 $f(t) = A(t - 1)^3 + B(t - 1)^2 + C(t - 1) + D$

1	3	0	-1	2
		3	3	2

1	3	3	2	4
		3	6	

1	3	6	8
		3	
	3	9	

 $\therefore A = 3, B = 9, C = 8, D = 4$
 $\therefore A + B + C + D = 24$