

1. 방정식 $x^4 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1, x = -1 \pm 2i$

② $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③ $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$

④ $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = 1$

해설

1		1	0	0	-4	3
			1	1	1	-3
1		1	1	1	-3	0
			1	2	3	
		1	2	3	0	

$$(x-1)^2(x^2+2x+3)=0, x=1, -1 \pm \sqrt{2}i$$

2. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

3. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

4. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

5. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

8. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -15

② -10

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 이므로 켤레근은 $1 - \sqrt{2}i$

세 근이 α, β, γ 일때 $\alpha\beta\gamma = 3$ 이므로, $\alpha = 1 + \sqrt{2}i$, $\beta = 1 - \sqrt{2}i$

라 하면, $(1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) \cdot \gamma = 3$

$$3 \cdot \gamma = 3$$

$$\gamma = 1$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -a = (1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i) + 1 = 3$$

$$a = -3$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\beta = b = 3 + (1 - \sqrt{2}i) \cdot 1 + 1 \cdot (1 + \sqrt{2}i) = 5$$

$$b = 5$$

$$\therefore ab = (-3) \cdot 5 = -15$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a < -1$

③ $a > \frac{3}{2}$

④ $a < \frac{3}{2}$

⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ ax-y=3 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $(a+1)x=5$

$$\therefore x = \frac{5}{a+1} \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $\frac{5}{a+1} + y = 2$

$$\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$$

그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로

$$\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0 \text{에서,}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

10. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.

(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$

$\therefore 25x + 3y = 10500$

(나) $\frac{x+y}{60} = 28$

$\therefore x + y = 1680$

11. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h

② 9 km/h

③ 10 km/h

④ 11 km/h

⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x

3분간 간 거리 : $3x$

느린 학생의 분속 : y

3분간 간 거리 : $3y$

같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200

$$3x - 3y = 200$$

반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200

$$x + y = 200$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3} \text{ m/분}$

$$\Rightarrow \frac{400 \text{ m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4 \text{ km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$$

12. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면

$$p^2 + ap + 5 = 0, p^2 + 5p + a = 0$$

두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$

$$(a - 5)(p - 1) = 0$$

$$\therefore a = 5 \text{ 또는 } p = 1$$

$$p = 1 \text{이면, } 1 + a + 5 = 0, a = -6$$

$$\therefore a \text{의 합: } -6 + 5 = -1$$

13. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

$$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5개 이상

해설

$$\frac{4}{m} + \frac{2}{n} = 1$$

$$(m-4)(n-2) = 8$$

$$8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = 4 \times 2 = 8 \times 1 \text{ 이므로}$$

$$(m, n) = (5, 10), (6, 6), (8, 4), (12, 3)$$

$\therefore$ 4쌍의 (m, n) 이 존재한다.

14. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$

15. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

2 점 문항 개수를 x , 3 점 문항을 y ,
4 점 문항을 z 라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - 4 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

$$\textcircled{㉠} - 3 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$