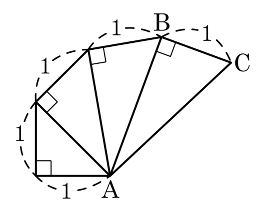
1. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는 ?

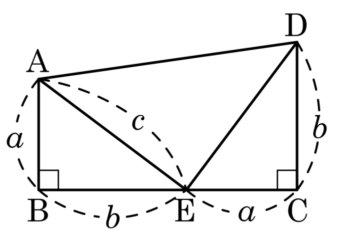


① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

2. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



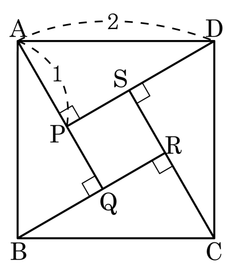
(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle$ABE + $\triangle$AED + $\triangle$ECD = $\square$ABCD 이므로
$\frac{1}{2}ab$ + (가) + $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c^2$
② (가) c^2 (나) $b^2+c^2=a^2$
③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c$
④ (가) c^2 (나) $b^2-a^2=c^2$
⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a+b=c$

해설
$\triangle$ABE + $\triangle$AED + $\triangle$ECD = $\square$ABCD 이므로
$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 $a^2+b^2=c^2$ 이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



① $5 - 3\sqrt{2}$　　② $4 - \sqrt{3}$　　③ $4 - 2\sqrt{3}$

④ $5 - \sqrt{3}$　　⑤ $2 - \sqrt{3}$

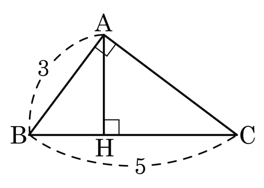
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$　　$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3} - 1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

$\overline{AC} = 4$ 이므로

$\overline{AH} \times 5 = 3 \times 4$

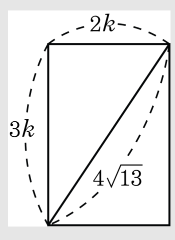
$\therefore \overline{AH} = 2.4$

5. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{13}$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설



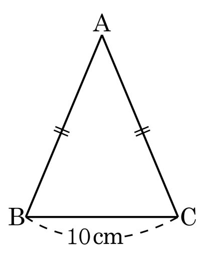
직사각형의 가로의 길이를 $2k$, 세로의 길이를 $3k$라 하면

$$4\sqrt{13} = \sqrt{(2k)^2 + (3k)^2} = \sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13}k$$

$\therefore\ k = 4$

따라서 둘레의 길이는 $2(2k + 3k) = 10k = 40$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

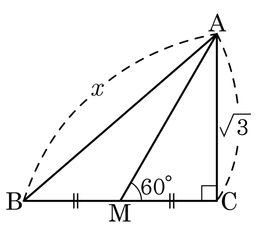
해설

높이 $= h$ 라 하면, $\frac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{\mathrm{AB}})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{\mathrm{AB}} = 13\,\mathrm{cm}$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?



① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{7}$
④ $\sqrt{11}$　⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{BM} = 1$ 이고
$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

8. 좌표평면 위의 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x 의 값을 모두 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

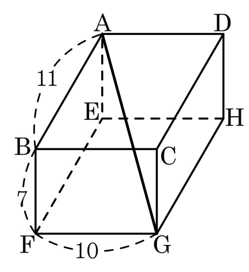
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$

$(4-x)^2 + 81 = 82$

$(4-x)^2 = 1$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

9. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG 의 길이를 구하여라.



① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{30}$ ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{7^2+10^2+11^2} = \sqrt{49+100+121} = 3\sqrt{30}$$

10. 한 모서리의 길이가 4 인 정육면체의 대각선의 길이는?

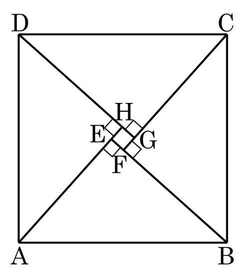
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$ 이다.

11. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?

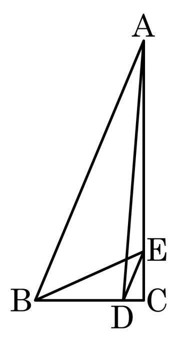


① $2(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$　② $4(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$　③ $4(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$
④ $8(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$　⑤ $8(\sqrt{5}-2)\,\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로
한 변의 길이는 6cm 이다.
$\overline{AH} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로
$\overline{EH} = 2\sqrt{5}-4 = 2(\sqrt{5}-2)$ 이고,
사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
$2(\sqrt{5}-2)\times 4 = 8(\sqrt{5}-2)$ cm이다.

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{DE} = \sqrt{6}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값은?



① 169 ② 171 ③ 173 ④ 175 ⑤ 177

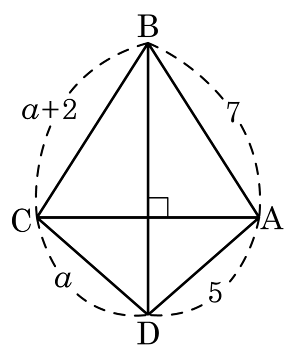
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 13^2 + \sqrt{6}^2 = 175$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 □ABCD 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

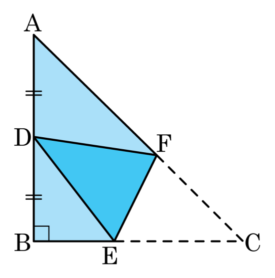
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$이므로

$a^2 + 7^2 = (a+2)^2 + 5^2$

$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$

$4a = 20 \quad \therefore a = 5$

14. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 $\overline{AB}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

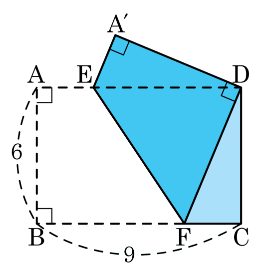
▷ 정답： $\frac{9}{4}$ cm

해설

$\overline{BE} = x\,\text{cm}$ 라 두면 $\overline{EC} = \overline{DE} = (6 - x)\,\text{cm}$ 이고 $\overline{BD} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle BDE$ 는 직각삼각형이므로 $(6 - x)^2 = x^2 + 3^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{9}{4}$ 이다.

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{\mathrm{A'D}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DF}}$

② $\triangle\mathrm{DEF}$ 는 정삼각형이다.

③ $\overline{\mathrm{CF}} = 3$

④ $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$

⑤ $\angle\mathrm{A'EF} = 90°$

해설

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EDF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$ 이다.

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 3)$, $B(3, -1)$ 사이의 거리를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

17. 이차함수 $y = x^2 + 4x - 8$ 의 꼭짓점으로부터 원점까지의 거리는?

① $\sqrt{37}$　② $2\sqrt{37}$　③ $3\sqrt{37}$　④ $4\sqrt{37}$　⑤ $5\sqrt{37}$

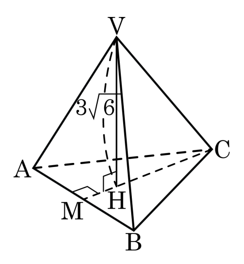
해설

$y = x^2 + 4x - 8 = (x+2)^2 - 12$

꼭짓점 $\mathrm{P}(-2,\ -12)$ 와 원점 사이의 거리

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{(-2)^2 + (-12)^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$

18. 다음 그림과 같이 높이가 $3\sqrt{6}$ 인 정사면체 V – ABC 에서 한 모서리의 길이는?



① 3　　② 6　　③ 9　　④ 12　　⑤ 18

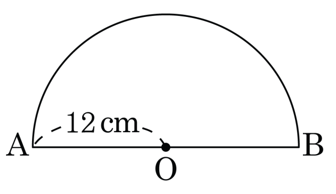
해설

모서리의 길이를 a 라 하면

높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$,

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a = 3\sqrt{6} \quad \therefore a = 9$

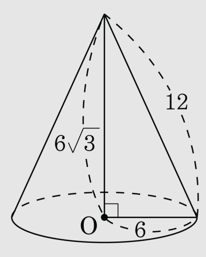
19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 반원으로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



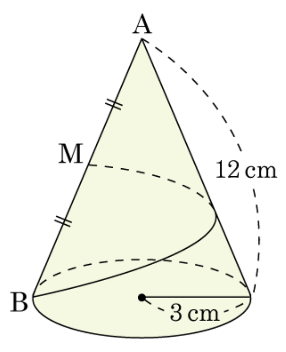
(밑변의둘레) $= 12 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{2} = 12\pi$

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면

$2\pi r = 12\pi$, $r = 6$(cm)

(높이)$= \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$(cm)

20. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm , 모선의 길이가 12 cm 인 원뿔이 있다.
밑면 위의 한 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M까지 실을 감을 때, 최단 거리를 구하여라.

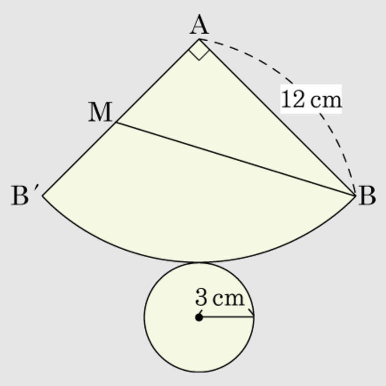


▶ 답: ______ cm

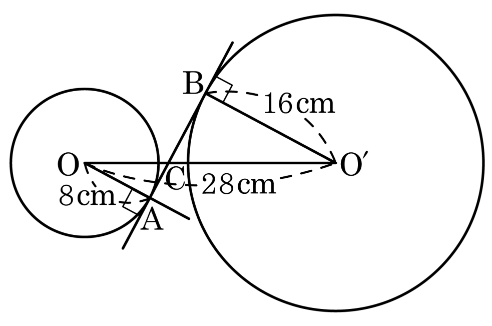
▷ 정답: $6\sqrt{5}$ cm

해설

따라서 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이므로 $\angle BAB' = 90°$ 이다.
그러므로 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$ 의 길이를 구하면
$\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$(cm)



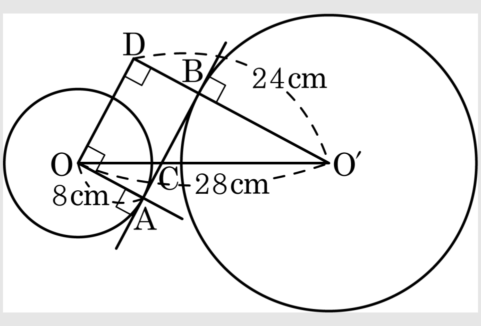
21. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, $16\,\mathrm{cm}$ 인 원 O, O′ 의 중심 사이의 거리는 $28\,\mathrm{cm}$ 이다. 공통접선 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설

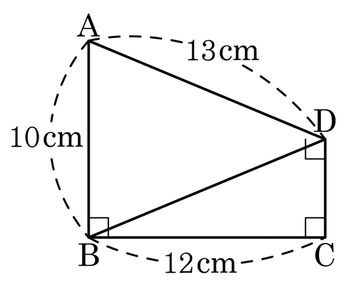


$\overline{\mathrm{O'B}}$ 의 연장선과 점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D 라 하면

$\overline{\mathrm{O'D}} = 16 + 8 = 24(\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}} &= \overline{\mathrm{OD}} = \sqrt{\overline{\mathrm{OO'}}^2 - \overline{\mathrm{O'D}}^2} \\ &= \sqrt{28^2 - 24^2} = \sqrt{208} \\ &= 4\sqrt{13}(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

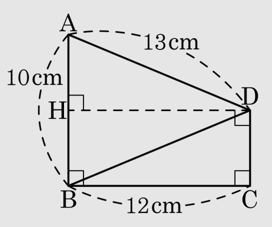
22. 가로의 길이가 12 cm , 세로의 길이가 10 cm 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 내려 H 라 하면

$\overline{DH} = \overline{BC} = 12\text{ cm}$ 이므로

$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\overline{BH} = 10 - \overline{AH} = 5(\text{cm})$

$\therefore \triangle AHD \equiv \triangle BHD$ 이므로 $\overline{BD} = 13\text{ cm}$

23. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

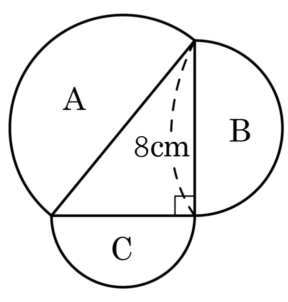
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \;\; \therefore \;\; a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \;\; \therefore a = \sqrt{34}$

24. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

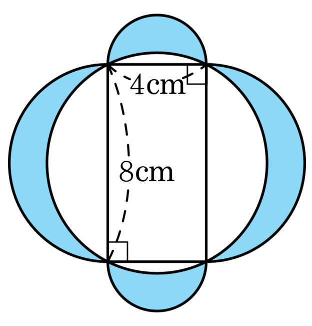
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

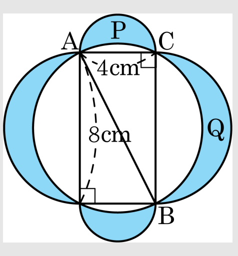
25. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

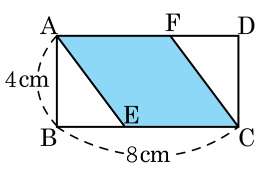
▷ 정답 : 32 cm^2

해설



색칠한 부분 $P+Q$ 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
$\therefore\ 4\times 8=32(cm^2)$

26. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

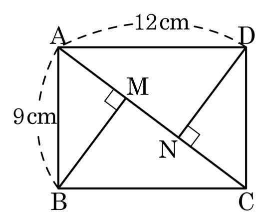
해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \quad \therefore \; x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$,$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{NC}}$

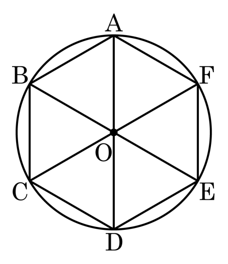
$\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로

$9^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}} = 5.4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} - 2\overline{\mathrm{AM}} = 15 - 2 \times 5.4 = 4.2$

28. 다음 그림에서 반지름의 길이가 8 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 사각형 ABEF 의 넓이를 구하면?



▶ 답 : ______ cm^2

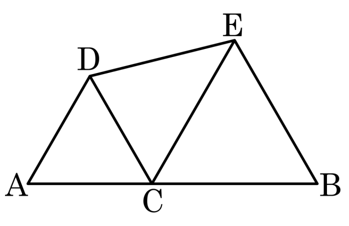
▷ 정답 : $48\sqrt{3}$ cm^2

해설

사다리꼴 ABEF 의 넓이는 한 변의 길이가 8 cm 인 3 개의 정삼각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore\ 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 48\sqrt{3}\ (cm^2)$

29. 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?

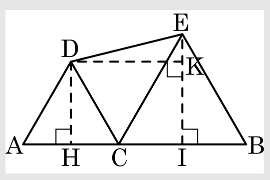


① $\sqrt{13}$(cm) ② $2\sqrt{13}$(cm) ③ $3\sqrt{13}$(cm)

④ $4\sqrt{13}$(cm) ⑤ $5\sqrt{13}$(cm)

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면



$\overline{DH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$(cm)

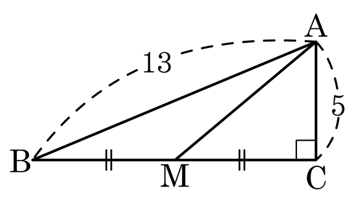
$\overline{EI} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$(cm)

$\triangle$EDK 에서 $\overline{DK} = 7\text{cm}$

$\overline{EK} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{DE} = \sqrt{7^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$(cm)

30. 다음 그림의$\triangle$ABC 에서 점 M 이 변BC 의 중점일 때,$\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \quad \therefore \overline{\mathrm{MC}} = 6$

$\therefore \overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$

31. $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

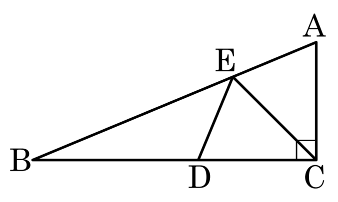
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP} = x$ 로 놓으면
$\overline{PC} = x$, $\overline{BP} = 3 - x$
$\triangle ABP$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로
$2^2 + (3 - x)^2 = x^2$
$6x = 13$
$\therefore \ x = \frac{13}{6}$
따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\frac{13}{6} \times 2 = \frac{13}{3}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

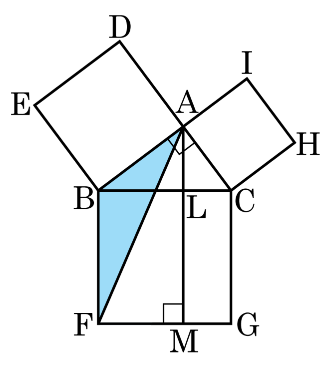
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

33. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle$ABF와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



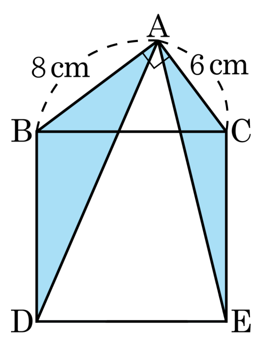
① $\triangle$EBC　　② $\triangle$BLF　　③ $\triangle$AFM

④ $\triangle$EAB　　⑤ $\triangle$FMB

해설

① $\triangle$EBC, SAS 합동
② $\triangle$BLF, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle$EAB, $\triangle$BLF와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle$FMB, 밑변과 높이가 같은 삼각형

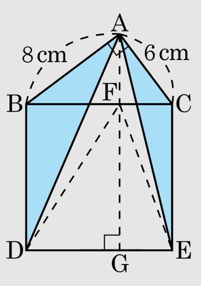
34. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 8\,cm$, $\overline{AC} = 6\,cm$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $50\,\underline{cm^2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\,(\,cm)$

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 F ,$\overrightarrow{AF}$ 와$\overline{DE}$ 의 교점을 G 라 하면

$\triangle ABD = \triangle FBD,\ \triangle ACE = \triangle FCE$

$\triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC$

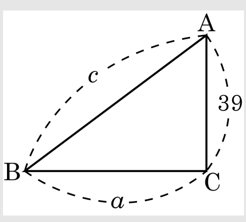
$\triangle FBD + \triangle FCE = \frac{1}{2}\square BDEC = \frac{1}{2} \times 10^2 = 50(cm^2)$

35. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

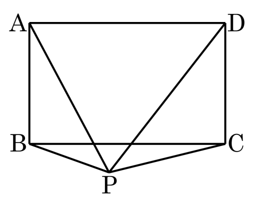
▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$ 라 하자.
(단, $a,\ c$ 는 자연수이다.)
$c^2=39^2+a^2,\ c^2-a^2=39^2$
$(c-a)(c+a)=3^2\times 13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times a\times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a>c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면
$(c+a,\ c-a)=(13^2,\ 3^2),\ (13^2\times 3,\ 3),$
$(13\times 3^2,\ 13),\ (13^2\times 3^2,\ 1)$
이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c+a=13\times 3^2,\ c-a=13$ 이다.
$\therefore\ a=52,\ c=65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2}\times 52\times 39=1014$ 이다.

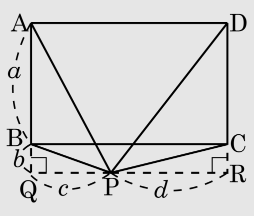
36. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{\mathrm{PA}^2} = 20$, $\overline{\mathrm{PB}^2} = 5$, $\overline{\mathrm{PD}^2} = 25$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설



다음 그림과 같이
$\triangle\mathrm{AQP}$, $\triangle\mathrm{BQP}$, $\triangle\mathrm{DRP}$, $\triangle\mathrm{CRP}$ 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,
$\overline{\mathrm{AB}} = a, \overline{\mathrm{BQ}} = b, \overline{\mathrm{PQ}} = c, \overline{\mathrm{PR}} = d$ 라 놓으면

$\triangle\mathrm{AQP}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP}}^2 = (a+b)^2 + c^2 \cdots$ ㉠

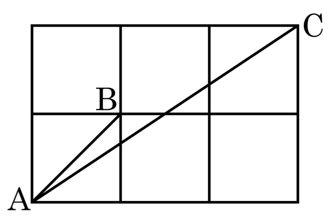
$\triangle\mathrm{BQP}$ 에서 $\overline{\mathrm{BP}}^2 = b^2 + c^2 \cdots$ ㉡

$\triangle\mathrm{DRP}$ 에서 $\overline{\mathrm{PD}}^2 = (a+b)^2 + d^2 \cdots$ ㉢

$\triangle\mathrm{CRP}$ 에서 $\overline{\mathrm{PC}}^2 = b^2 + d^2 \cdots$ ㉣

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서
$\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 이 성립함을 알 수 있다.
따라서, $20 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = 5 + 25$, $\overline{\mathrm{PC}}^2 = 10$
$\therefore \overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{10} \left(\because \overline{\mathrm{PC}} > 0\right)$

37. 다음과 같이 정사각형이 모여 직사각형 모양을 낸 땅이 있다. A 에서 B 로 직선거리로 가는데 5m 라고 할 때, A 에서 C 로 가는 직선거리를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{5}{2}\sqrt{26}$m

해설

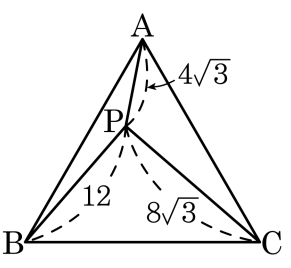
$\overline{AB}$ 의 길이가 5m 이고 정사각형이므로 작은 정사각형의 한변의 길이는 $\frac{5}{2}\sqrt{2}$m 가 된다.

$\overline{AC}$ 가 대각선인 직각삼각형의 가로는 $3\times\frac{5}{2}\sqrt{2}=\frac{15}{2}\sqrt{2}$(m) ,

세로는 $2\times\frac{5}{2}\sqrt{2}=5\sqrt{2}$(m)

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{\frac{225}{4}\times2+25\times2}\\ &= \sqrt{\frac{225}{2}+50}=\sqrt{\frac{325}{2}}\\ &= \frac{5}{2}\sqrt{26}(\mathrm{m})\end{aligned}$$

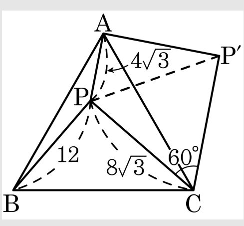
38. 정삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 에서 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리가 각각 $4\sqrt{3}$, 12, $8\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $84\sqrt{3}$

해설



다음 그림과 같이 $\triangle PBC$ 를 점 C 를 중심으로 점 B 가 점 A 에 오도록 회전하고 보조선 $\overline{PP'}$ 를 그으면

$\overline{PC} = \overline{P'C} = 8\sqrt{3}$ 이고, $\angle PCP' = 60°$ 이므로 $\triangle PP'C$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{PP'} = 8\sqrt{3}$

이때, $\triangle PAP'$ 의 세 변의 길이의 비가 $4\sqrt{3} : 12 : 8\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\triangle PAP'$ 는 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90° 인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ACP'$ 에서 $\angle AP'C = 30° + 60° = 90°$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + (8\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{21}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{21})^2 = 84\sqrt{3}$

39. $\overline{AB}=3,\ \overline{BC}=5,\ \overline{CD}=6,\ \overline{DA}=4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10},\ 3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

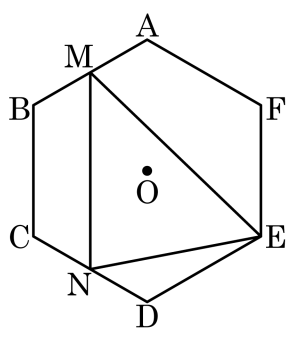
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC},\ \overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면
$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해
$3^2+5^2=2(\overline{BF^2}+\overline{AF^2})\cdots①$
$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해
$4^2+6^2=2(\overline{DF^2}+\overline{AF^2})\cdots②$
① + ② 을 하면
$3^2+4^2+5^2+6^2=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$
$\triangle$BFD 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{BF^2}+\overline{DF^2}=2(\overline{EF^2}+\overline{DE^2})\cdots③$
또, $\overline{AC}=2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2}=4\overline{AF^2}\cdots④$
$\overline{BD}=2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2=4\overline{DE^2}\cdots⑤$
$3^2+4^2+5^2+6^2$
$=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$
$=4(\overline{DE^2}+\overline{EF^2})+4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)
$=4\overline{AF^2}+4\overline{DE^2}+4\overline{EF^2}$
$=\overline{AC^2}+\overline{BD^2}+4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)
따라서, $86=(2\sqrt{10})^2+(3\sqrt{5})^2+4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF}=\frac{1}{2}$ 이다.

40. 다음과 같이 한 변의 길이가 8 인 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 삼각형 EMN 의 넓이를 구하여라.

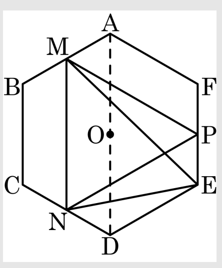


▶ 답 :

▷ 정답 : $36\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{BC} = 8$, $\overline{AD} = 16$ 이다.



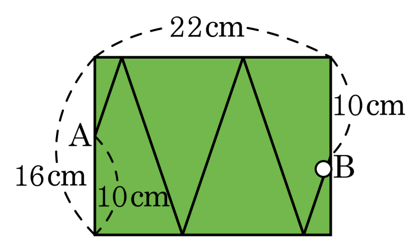
따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN} = \frac{1}{2}(8+16) = 12$ 이다.

$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF} // \overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP = \triangle MNE$,

$\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 12 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}$

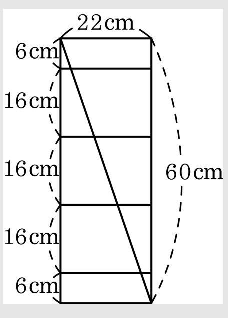
따라서 삼각형 EMN 의 넓이는 $36\sqrt{3}$ 이다.

41. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?



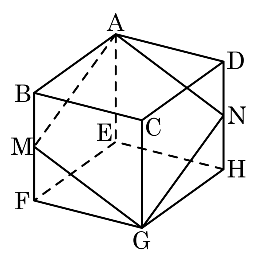
① $\sqrt{4080}$cm　② $\sqrt{4081}$cm　③ $\sqrt{4082}$cm
④ $\sqrt{4083}$cm　⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설



(공이 지나간 최단 거리) $= \sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

42. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\mathrm{cm}^2$　② $64\,\mathrm{cm}^2$　③ $32\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$　④ $64\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $64\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AM} = \overline{MG} = \overline{GN} = \overline{AN} = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로
□AMGN은 마름모이다.
$\overline{AG} = \sqrt{8^2+8^2+8^2} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\overline{MN} // \overline{BD}$, $\overline{MN} = \overline{BD} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
$\therefore$ □AMGN$= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

43. 정육면체의 각 면의 대각선의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 부피를 V 라 할 때, 정육면체의 부피를 V 를 사용한 식으로 나타내어라.

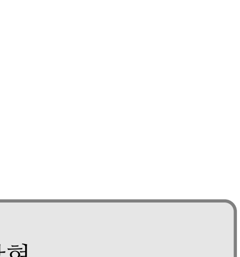
▶ 답 :

▷ 정답 : $6V$

해설

정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 정팔면체이다.
이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,
정팔면체의 한 모서리의 길이는
$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 이고,
정팔면체를 두 개의 사각뿔로 나눌 때,
하나의 사각뿔의 높이는 $\frac{1}{2}\times a=\frac{a}{2}$ 이다.
입체도형의 부피는
$2\times$ (정사각뿔의 부피)
$=2\times\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2\times\frac{a}{2}\right\}$
$=\frac{a^3}{6}$
$=V$ 이다.
따라서, 정육면체의 부피는 $a^3=6V$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}$

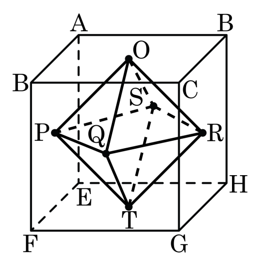
해설

$\triangle MBC$ 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 2\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형

(높이) $= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ ($\triangle MBC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

45. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 정팔면체 OPQRST 의 부피를 구하여라.



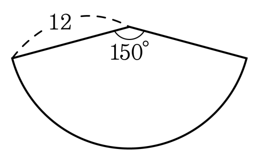
▶ 답： $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답： $288\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이고 정사각뿔 O − PQRS 의 높이는 $6\,\mathrm{cm}$ 이므로
(정팔면체의 부피)
$= 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\right) = 288 \ (\mathrm{cm}^3)$

46. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고 중심각의 크기가 $150°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



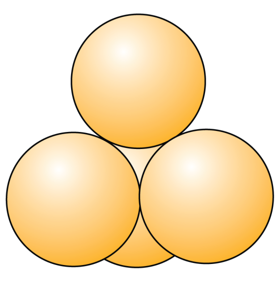
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{119}$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면
(부채꼴의 호의 길이) $=$ (밑면의 둘레의 길이)
이므로
$2\pi \times 12 \times \frac{150°}{360°} = 2\pi \times r \qquad \therefore\ r = 5$
(원뿔의 높이) $= \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$

47. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 24 인 구 4 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{6}+24$

해설

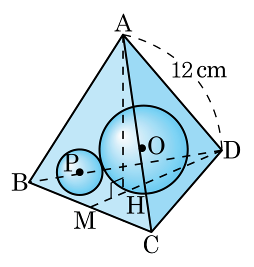
네 개의 구의 중심을 연결하면 한 모서리의 길이가 24 인 정사면체를 그릴 수 있다.

정사면체의 높이는 $24\times\frac{\sqrt{6}}{3}=8\sqrt{6}$ 이다.

따라서, 구하는 높이는

(정사면체의 높이) + (구의 지름) 이므로 $8\sqrt{6}+24$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

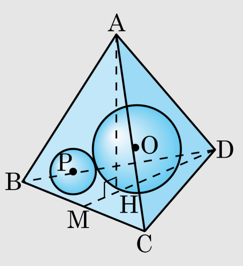


▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게 중심이므로

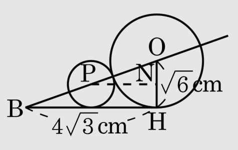


$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{3}$ (cm)

따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$
$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$
$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



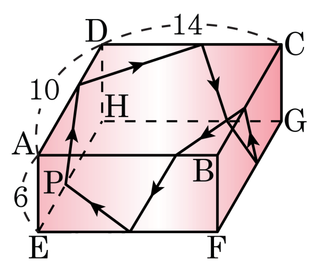
$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle$OPN ∽ $\triangle$OBH 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$
$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$
$4\sqrt{6}r' = 12$
$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)

49. 세 모서리의 길이가 각각 6, 10, 14 인 직육면체의 모서리 EH 위의 한 점 P 에서 직육면체의 겉면을 따라 6 개의 면을 모두 지나서 다시 P 로 돌아오는 최단 경로의 길이를 구하여라.

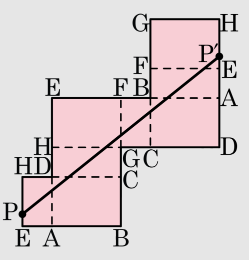


▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{41}$

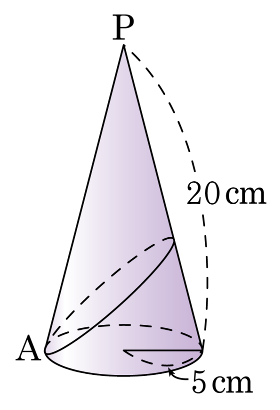
해설

$\overline{AE}=6$, $\overline{AD}=10$, $\overline{AB}=14$ 인 직육면체의 전개도를 그리면 위의 그림과 같다.



따라서 최단 거리는 $\sqrt{40^2+32^2}=\sqrt{2624}=8\sqrt{41}$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 5cm 인 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단 거리를 구하여라.



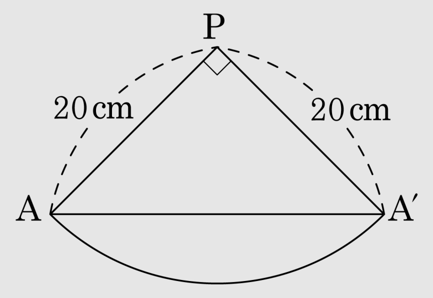
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$,



최단 거리 $\overline{AA'} = 20\sqrt{2}$ cm 이다.