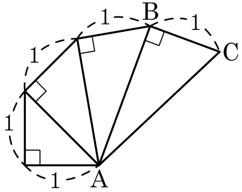
**1.** 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



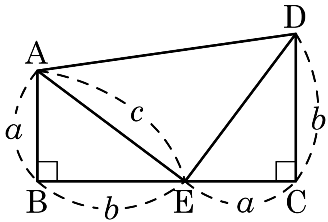

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

**2.** 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.




(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

| |
|---|
| $\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로<br>$\frac{1}{2}ab + (\text{가}) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$<br>따라서 (나) 이다. |

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) $c^2$ (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) $c^2$ (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

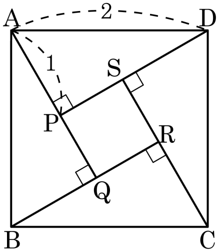
해설

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

**3.** 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?




① $5-3\sqrt{2}$ ② $4-\sqrt{3}$ ③ $4-2\sqrt{3}$

④ $5-\sqrt{3}$ ⑤ $2-\sqrt{3}$

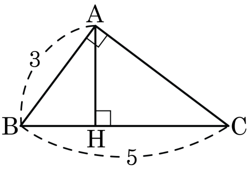
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2-1^2} = \sqrt{3}$ $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3}-1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$

**4.** 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?




① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$

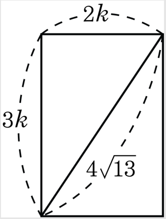
$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

**5.** 가로와 세로의 길이의 비가 $2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{13}$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설



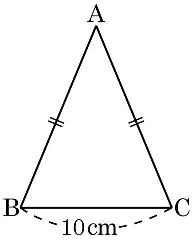

직사각형의 가로의 길이를 $2k$, 세로의 길이를 $3k$라 하면

$$\begin{aligned} 4\sqrt{13} &= \sqrt{(2k)^2+(3k)^2} \\ &= \sqrt{4k^2+9k^2} \\ &= \sqrt{13}k \end{aligned}$$

$\therefore\ k=4$

따라서 둘레의 길이는 $2(2k+3k)=10k=40$이다.

**6.** 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

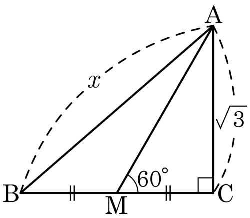
**해설**

높이 $= h$ 라 하면, $\dfrac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{\mathrm{AB}})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{\mathrm{AB}} = 13\,\mathrm{cm}$

**7.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 이때, $x$ 는?




① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{7}$　④ $\sqrt{11}$　⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{BM} = 1$ 이고
$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

**8.** 좌표평면 위의 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, $x$ 의 값을 모두 구하면?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

**해설**

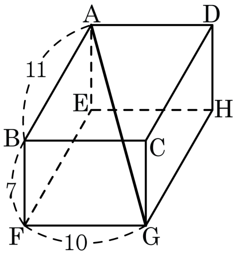
$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$

$(4-x)^2 + 81 = 82$

$(4-x)^2 = 1$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

**9.** 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG의 길이를 구하여라.




① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{30}$ ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

**해설**

$$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 10^2 + 11^2}$$
$$= \sqrt{49 + 100 + 121} = 3\sqrt{30}$$

**10.** 한 모서리의 길이가 $4$ 인 정육면체의 대각선의 길이는?

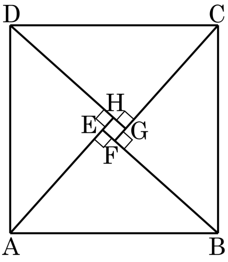
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$ 이다.

**11.** 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 $36\mathrm{cm}^2$ , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?



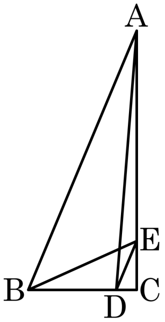

① $2(\sqrt{5}-1)\,\mathrm{cm}$　② $4(\sqrt{6}-1)\,\mathrm{cm}$　③ $4(\sqrt{5}-1)\,\mathrm{cm}$

④ $8(\sqrt{6}-1)\,\mathrm{cm}$　⑤ $8(\sqrt{5}-2)\,\mathrm{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 $36\mathrm{cm}^2$ 이므로
한 변의 길이는 6cm 이다.
$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\mathrm{cm})$ 이다.
$\overline{\mathrm{AE}} = 4\mathrm{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{\mathrm{EH}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AE}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{EH}} = 2\sqrt{5}-4 = 2(\sqrt{5}-2)$ 이고,
사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
$2(\sqrt{5}-2)\times 4 = 8(\sqrt{5}-2)$ cm이다.

**12.** 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 12$ , $\overline{BC} = 5$ , $\overline{DE} = \sqrt{6}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값은?




① 169　② 171　③ 173　④ 175　⑤ 177

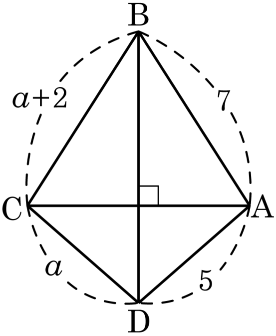
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 13^2 + \sqrt{6}^2 = 175$

**13.** 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 인 □ABCD 가 있다. 이때 $a$ 의 값을 구하면?




① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

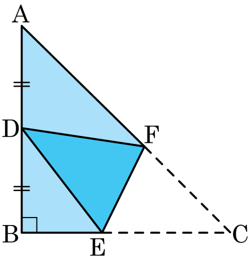
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$이므로

$a^2 + 7^2 = (a+2)^2 + 5^2$

$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$

$4a = 20 \quad \therefore a = 5$

**14.** 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 $\overline{AB}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.




▶ **답 :** ____________ cm

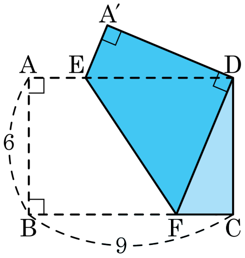
▷ **정답 :** $\frac{9}{4}$ cm

해설

$\overline{BE} = x\,\text{cm}$ 라 두면 $\overline{EC} = \overline{DE} = (6 - x)\,\text{cm}$ 이고 $\overline{BD} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle BDE$ 는 직각삼각형이므로 $(6 - x)^2 = x^2 + 3^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{9}{4}$ 이다.

**15.** 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳은 것은?




① $\overline{A'D} = \overline{DE} = \overline{DF}$

② $\triangle DEF$ 는 정삼각형이다.

③ $\overline{CF} = 3$

④ $\angle DEF = \angle DFE$

⑤ $\angle A'EF = 90°$

해설

$\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF}$ 이므로 $\triangle EDF$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle DEF = \angle DFE$ 이다.

**16.** 좌표평면 위의 두 점 $A(-1,3), B(3,-1)$ 사이의 거리를 구하면?

① $\sqrt{2}$  ② $\sqrt{3}$  ③ $2\sqrt{3}$  ④ $3\sqrt{2}$  ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

**17.** 이차함수 $y = x^2 + 4x - 8$ 의 꼭짓점으로부터 원점까지의 거리는?

① $\sqrt{37}$ ② $2\sqrt{37}$ ③ $3\sqrt{37}$ ④ $4\sqrt{37}$ ⑤ $5\sqrt{37}$

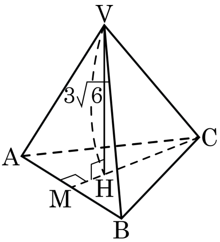
해설

$y = x^2 + 4x - 8 = (x+2)^2 - 12$

꼭짓점 $\mathrm{P}(-2,\ -12)$ 와 원점 사이의 거리

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{(-2)^2 + (-12)^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$

**18.** 다음 그림과 같이 높이가 $3\sqrt{6}$ 인 정사면체 V – ABC 에서 한 모서리의 길이는?




① 3　　② 6　　③ 9　　④ 12　　⑤ 18

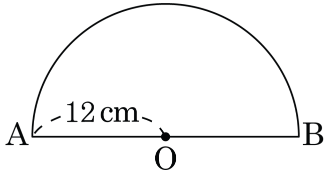
**해설**

모서리의 길이를 $a$ 라 하면

높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$,

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a = 3\sqrt{6} \quad \therefore a = 9$

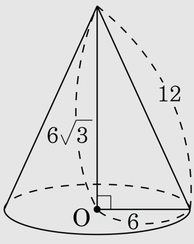
**19.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 반원으로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.




▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



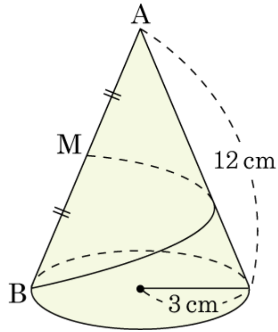

$(\text{밑변의둘레}) = 12 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{2} = 12\pi$

밑면의 반지름의 길이를 $r$ 라 하면

$2\pi r = 12\pi$ , $r = 6(\text{cm})$

$(\text{높이}) = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

**20.** 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm , 모선의 길이가 12 cm 인 원뿔이 있다.
밑면 위의 한 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M까지 실을 감을 때, 최단 거리를 구하여라.

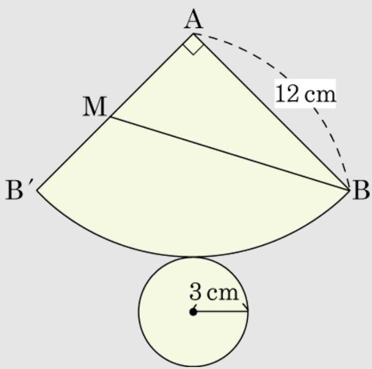



▶ 답 : cm

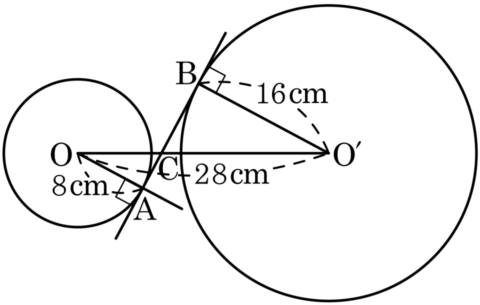
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

따라서 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이므로 $\angle BAB' = 90°$이다.
그러므로 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$의 길이를 구하면
$\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$



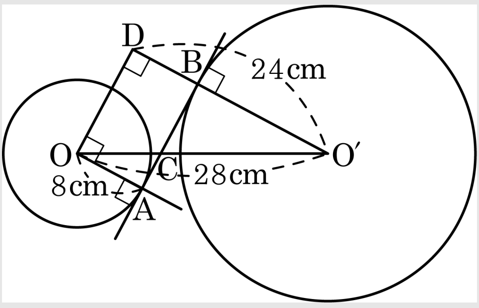
**21.** 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ , $16\,\mathrm{cm}$ 인 원 O, O′ 의 중심 사이의 거리는 $28\,\mathrm{cm}$ 이다. 공통접선 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설

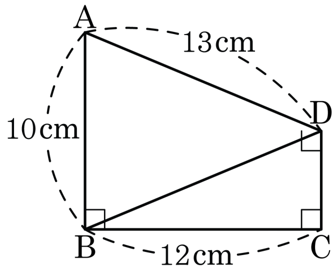



$\overline{\mathrm{O'B}}$ 의 연장선과 점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D 라 하면

$\overline{\mathrm{O'D}} = 16 + 8 = 24(\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{OD}} &= \sqrt{\overline{\mathrm{OO'}}^2 - \overline{\mathrm{O'D}}^2}\\ &= \sqrt{28^2 - 24^2} = \sqrt{208}\\ &= 4\sqrt{13}(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

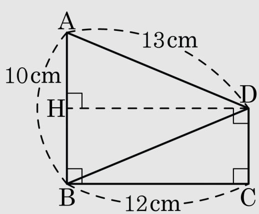
**22.** 가로의 길이가 12 cm , 세로의 길이가 10 cm 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 다음 그림과 같이 되었다.
$\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 : __________ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설




점 D 에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 내려 H라 하면
$\overline{DH} = \overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$
$\overline{BH} = 10 - \overline{AH} = 5(\text{cm})$
$\therefore \triangle AHD \equiv \triangle BHD$ 이므로 $\overline{BD} = 13\,\text{cm}$

**23.** 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 $a$라 하면

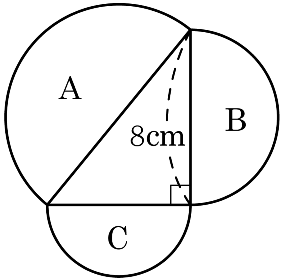
i) 5가 가장 긴 변인 경우

$5^2 = a^2 + 3^2 \quad \therefore \ a = 4$

ii) $a$가 가장 긴 변인 경우

$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \quad \therefore a = \sqrt{34}$

**24.** 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, A $= \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C =$ $25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

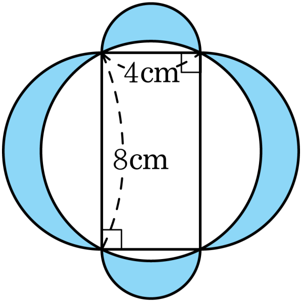
지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} =$

$\frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

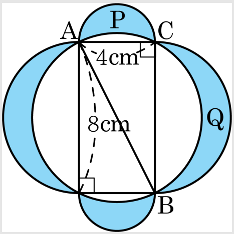
**25.** 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $32\ \text{cm}^2$

해설

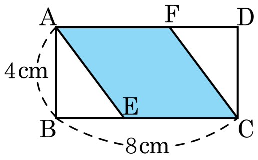



색칠한 부분 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$ 의 넓이는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$\therefore\quad 4\times 8=32(\text{cm}^2)$

**26.** 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

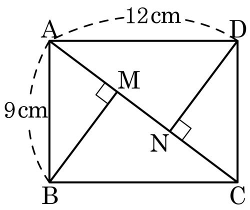
해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8-x)^2 \quad \therefore \ x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

**27.** 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ ,$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{NC}}$

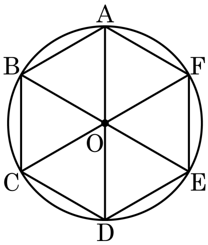
$\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로

$9^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}} = 5.4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} - 2\overline{\mathrm{AM}} = 15 - 2 \times 5.4 = 4.2$

**28.** 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 사각형 ABEF 의 넓이를 구하면?




▶ 답 : ______ $\mathrm{cm}^2$

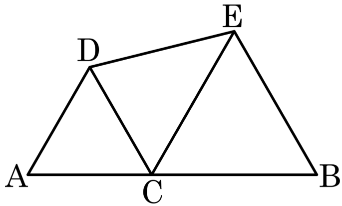
▷ 정답 : $48\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

사다리꼴 ABEF 의 넓이는 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 3 개의 정삼각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore\ 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 48\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

**29.** 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?

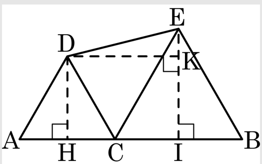



① $\sqrt{13}(\text{cm})$ ② $2\sqrt{13}(\text{cm})$ ③ $3\sqrt{13}(\text{cm})$

④ $4\sqrt{13}(\text{cm})$ ⑤ $5\sqrt{13}(\text{cm})$

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면




$\overline{DH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

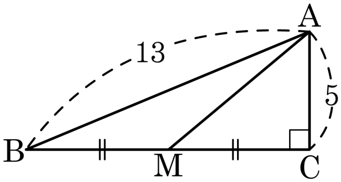
$\overline{EI} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle EDK$ 에서 $\overline{DK} = 7\text{cm}$

$\overline{EK} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \sqrt{7^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

**30.** 다음 그림의△ABC 에서 점 M 이 변BC 의 중점일 때,$\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라




▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \quad \therefore \overline{MC} = 6$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$

**31.** $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AP}}=x$ 로 놓으면

$\overline{\mathrm{PC}}=x,\ \overline{\mathrm{BP}}=3-x$

$\triangle\mathrm{ABP}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$ 이므로

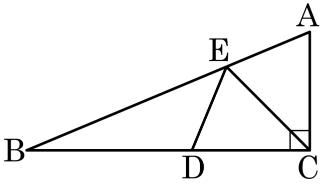
$2^2+(3-x)^2=x^2$

$6x=13$

$\therefore\ x=\dfrac{13}{6}$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\dfrac{13}{6}\times 2=\dfrac{13}{3}$ 이다.

**32.** 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$ , $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$ , $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

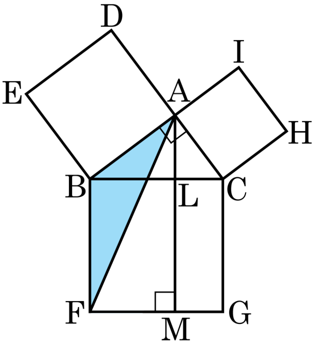
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

**33.** 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?




① $\triangle EBC$　② $\triangle BLF$　③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$　⑤ $\triangle FMB$

해설

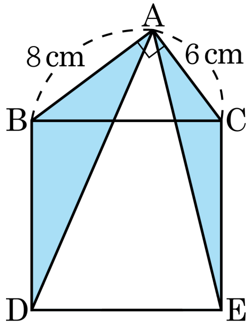
① $\triangle EBC$, SAS 합동

② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.

⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

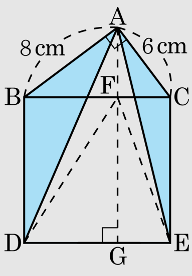
**34.** 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ , $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ , $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : ______ $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $50\,\text{cm}^2$

해설




$\overline{BC} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10\,(\text{cm})$

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 F ,$\overrightarrow{AF}$ 와$\overline{DE}$ 의 교점을 G 라 하면

$\triangle ABD = \triangle FBD,\ \triangle ACE = \triangle FCE$

$\triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDGF + \dfrac{1}{2}\square FGEC$

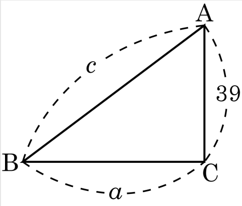
$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDEC = \dfrac{1}{2}\times 10^2 = 50(\text{cm}^2)$

**35.** 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설

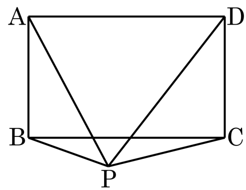



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.
(단, $a$, $c$ 는 자연수이다.)
$c^2 = 39^2 + a^2$, $c^2 - a^2 = 39^2$
$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 $a$ 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면

$$(c+a,\ c-a) = (13^2,\ 3^2),\ (13^2 \times 3,\ 3),\ (13 \times 3^2,\ 13),\ (13^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, $a$ 의 값이 최소가 되는 경우는
$c+a = 13 \times 3^2$, $c-a = 13$ 이다.
$\therefore\ a = 52,\ c = 65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014$ 이다.

**36.** 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA}^2 = 20$ , $\overline{PB}^2 = 5$ , $\overline{PD}^2 = 25$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.

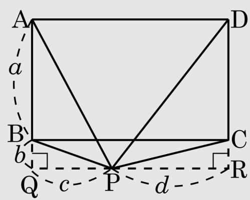



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

다음 그림과 같이




$\triangle$AQP, $\triangle$BQP, $\triangle$DRP, $\triangle$CRP 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,
$\overline{AB} = a, \overline{BQ} = b, \overline{PQ} = c, \overline{PR} = d$ 라 놓으면

$\triangle$AQP 에서 $\overline{AP}^2 = (a+b)^2 + c^2 \cdots$ ㉠

$\triangle$BQP 에서 $\overline{BP}^2 = b^2 + c^2 \cdots$ ㉡

$\triangle$DRP 에서 $\overline{PD}^2 = (a+b)^2 + d^2 \cdots$ ㉢

$\triangle$CRP 에서 $\overline{PC}^2 = b^2 + d^2 \cdots$ ㉣

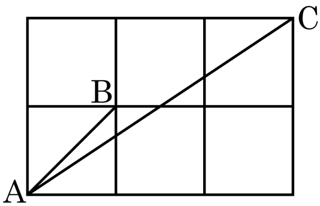
㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이 성립함을 알 수 있다.

따라서,$20 + \overline{PC}^2 = 5 + 25$ , $\overline{PC}^2 = 10$

$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10}$ $(\because \overline{PC} > 0)$

**37.** 다음과 같이 정사각형이 모여 직사각형 모양을 낸 땅이 있다. A 에서 B 로 직선거리로 가는데 5m 라고 할 때, A 에서 C 로 가는 직선거리를 구하여라.




▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{5}{2}\sqrt{26}$ m

해설

$\overline{AB}$ 의 길이가 5m 이고 정사각형이므로 작은 정사각형의 한변의 길이는 $\frac{5}{2}\sqrt{2}$m 가 된다.

$\overline{AC}$ 가 대각선인 직각삼각형의 가로는 $3\times\frac{5}{2}\sqrt{2}=\frac{15}{2}\sqrt{2}(\mathrm{m})$ ,

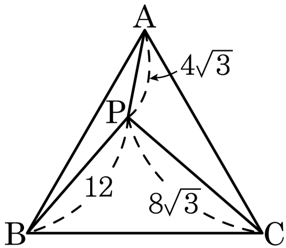
세로는 $2\times\frac{5}{2}\sqrt{2}=5\sqrt{2}(\mathrm{m})$

$$\overline{AC}=\sqrt{\frac{225}{4}\times2+25\times2}$$

$$=\sqrt{\frac{225}{2}+50}=\sqrt{\frac{325}{2}}$$

$$=\frac{5}{2}\sqrt{26}(\mathrm{m})$$

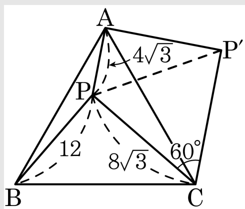
**38.** 정삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 에서 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리가 각각 $4\sqrt{3}$, 12, $8\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $84\sqrt{3}$

해설




다음 그림과 같이 $\triangle$PBC 를 점 C 를 중심으로 점 B 가 점 A 에 오도록 회전하고 보조선 $\overline{PP'}$ 를 그으면

$\overline{PC} = \overline{P'C} = 8\sqrt{3}$ 이고, $\angle PCP' = 60°$ 이므로 $\triangle PP'C$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{PP'} = 8\sqrt{3}$

이때, $\triangle PAP'$ 의 세 변의 길이의 비가 $4\sqrt{3} : 12 : 8\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\triangle PAP'$ 는 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90° 인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ACP'$ 에서 $\angle AP'C = 30° + 60° = 90°$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + (8\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{21}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{21})^2 = 84\sqrt{3}$$

**39.** $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=6$, $\overline{DA}=4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$, $3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면

$\triangle ABC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$3^2+5^2=2(\overline{BF^2}+\overline{AF^2})\cdots①$

$\triangle ADC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$4^2+6^2=2(\overline{DF^2}+\overline{AF^2})\cdots②$

① + ② 을 하면

$3^2+4^2+5^2+6^2=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$

$\triangle BFD$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{BF^2}+\overline{DF^2}=2(\overline{EF^2}+\overline{DE^2})\cdots③$

또, $\overline{AC}=2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2}=4\overline{AF^2}\cdots④$

$\overline{BD}=2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2=4\overline{DE^2}\cdots⑤$

$3^2+4^2+5^2+6^2$

$=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$

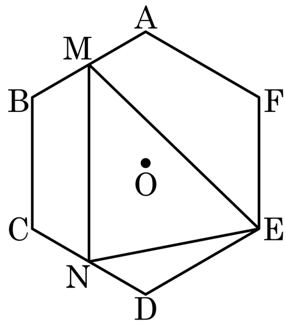
$=4(\overline{DE^2}+\overline{EF^2})+4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)

$=4\overline{AF^2}+4\overline{DE^2}+4\overline{EF^2}$

$=\overline{AC^2}+\overline{BD^2}+4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)

따라서, $86=(2\sqrt{10})^2+(3\sqrt{5})^2+4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF}=\frac{1}{2}$ 이다.

**40.** 다음과 같이 한 변의 길이가 8 인 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 삼각형 EMN 의 넓이를 구하여라.

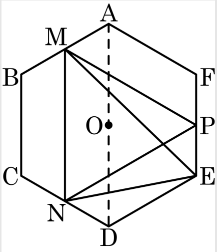



▶ 답 :

▷ 정답 : $36\sqrt{3}$

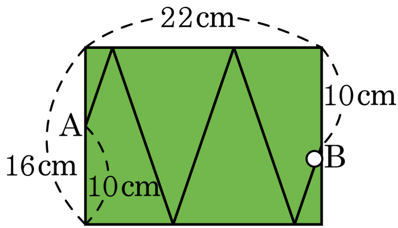
해설

다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{BC}=8$, $\overline{AD}=16$ 이다.




따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN}=\frac{1}{2}(8+16)=12$ 이다.
$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF}//\overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP=\triangle MNE$ , $\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 12 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2=36\sqrt{3}$
따라서 삼각형 EMN 의 넓이는 $36\sqrt{3}$ 이다.

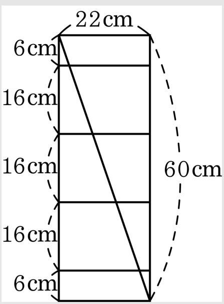
**41.** 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?




① $\sqrt{4080}$cm ② $\sqrt{4081}$cm ③ $\sqrt{4082}$cm

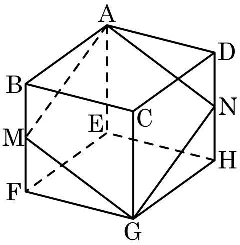
④ $\sqrt{4083}$cm ⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설




(공이 지나간 최단 거리) $= \sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

**42.** 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?




① $32\,\text{cm}^2$ ② $64\,\text{cm}^2$

③ $32\sqrt{6}\,\text{cm}^2$ ④ $64\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AM} = \overline{MG} = \overline{GN} = \overline{AN} = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}\,\text{cm}$ 이므로

□AMGN은 마름모이다.

$\overline{AG} = \sqrt{8^2+8^2+8^2} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{MN} // \overline{BD}$, $\overline{MN} = \overline{BD} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore$ □AMGN$= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\text{cm}^2)$ 이다.

**43.** 정육면체의 각 면의 대각선의 중점을 연결하여 만든 입체도형의 부피를 $V$ 라 할 때, 정육면체의 부피를 $V$ 를 사용한 식으로 나타내어라.

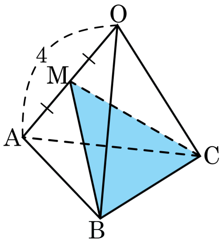
▶ 답 :

▷ 정답 : $6V$

해설

정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 정팔면체이다.
이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$ 라 하면,
정팔면체의 한 모서리의 길이는
$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 이고,
정팔면체를 두 개의 사각뿔로 나눌 때,
하나의 사각뿔의 높이는 $\frac{1}{2}\times a=\frac{a}{2}$ 이다.
입체도형의 부피는
$2\times$(정사각뿔의 부피)
$=2\times\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2\times\frac{a}{2}\right\}$
$=\frac{a^3}{6}$
$=V$ 이다.
따라서, 정육면체의 부피는 $a^3=6V$ 이다.

**44.** 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

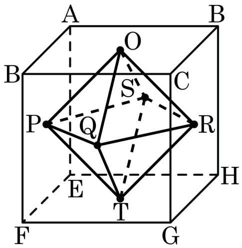
해설

$\triangle MBC$ 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 2\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형

$(\text{높이}) = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore\ (\triangle MBC\text{의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

**45.** 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 정팔면체 OPQRST 의 부피를 구하여라.




▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^3}$

▷ **정답 :** $288\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

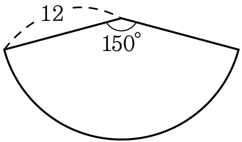
해설

정팔면체의 한 모서리의 길이는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이고 정사각뿔 O − PQRS 의 높이는 $6\,\mathrm{cm}$ 이므로

(정팔면체의 부피)

$= 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\right) = 288 \ \left(\mathrm{cm}^3\right)$

**46.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고 중심각의 크기가 $150°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{119}$

해설

밑면의 반지름의 길이를 $r$이라 하면

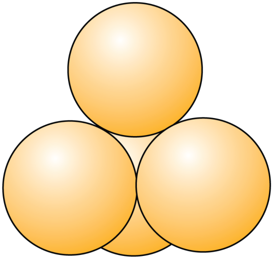
(부채꼴의 호의 길이) = (밑면의 둘레의 길이)

이므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{150°}{360°} = 2\pi \times r \qquad \therefore\ r = 5$$

(원뿔의 높이) $= \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$

**47.** 다음 그림과 같이 지름의 길이가 24 인 구 4 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{6}+24$

해설

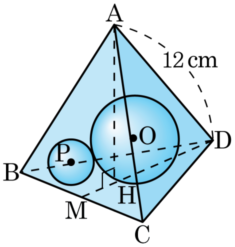
네 개의 구의 중심을 연결하면 한 모서리의 길이가 24 인 정사면체를 그릴 수 있다.

정사면체의 높이는 $24\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}=8\sqrt{6}$ 이다.

따라서, 구하는 높이는

(정사면체의 높이) + (구의 지름) 이므로 $8\sqrt{6}+24$ 이다.

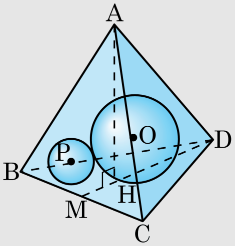
**48.** 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.




▶ 답 : ______ $cm^3$

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ $cm^3$

해설




구 O 의 반지름을 $r$, 구 P 의 반지름을 $r'$ 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}\ (cm)$

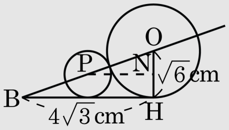
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}\ (cm)$

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}\ (cm)$




$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}\ (cm)$

$\triangle OPN \backsim \triangle OBH$ 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

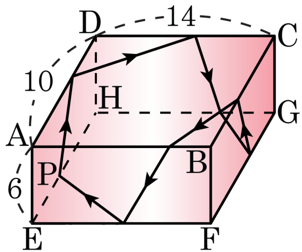
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}\ (cm)$

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi\ (cm^3)$

**49.** 세 모서리의 길이가 각각 6, 10, 14 인 직육면체의 모서리 EH 위의 한 점 P 에서 직육면체의 겉면을 따라 6 개의 면을 모두 지나서 다시 P 로 돌아오는 최단 경로의 길이를 구하여라.

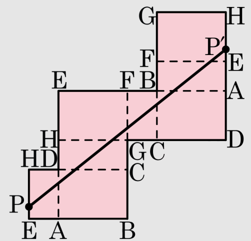



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{41}$

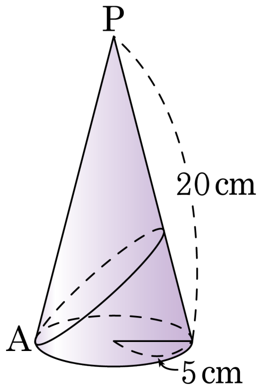
해설

$\overline{AE}=6,\ \overline{AD}=10,\ \overline{AB}=14$ 인 직육면체의 전개도를 그리면 위의 그림과 같다.




따라서 최단 거리는 $\sqrt{40^2+32^2}=\sqrt{2624}=8\sqrt{41}$ 이다.

**50.** 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 5cm 인 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단 거리를 구하여라.



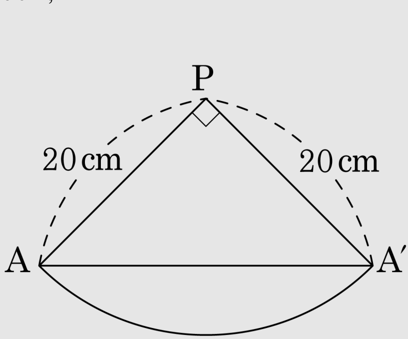

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$ ,




최단 거리 $\overline{AA'} = 20\sqrt{2}$ cm 이다.