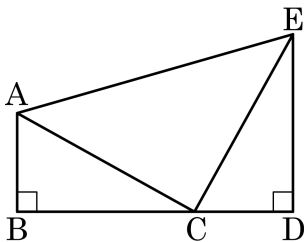


1. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{DE} = 9\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49

② 50

③ 51

④ 52

⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

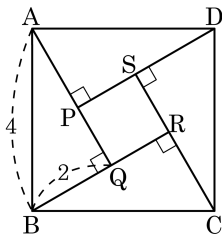
$\overline{AC} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE =$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

2. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



① $2(\sqrt{2} - 1)$

② $2(\sqrt{3} - 1)$

③ $3(\sqrt{2} - 1)$

④ $3(\sqrt{3} - 1)$

⑤ 3

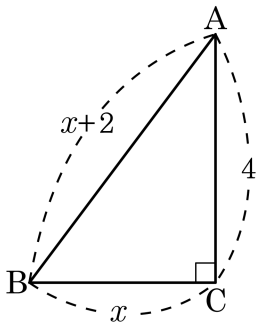
해설

$$\overline{AP} = \overline{BQ} = 2, \overline{AQ} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 2\sqrt{3} - 2$$

$\therefore$ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3} - 1)$ 이다.

3. 다음은 직각삼각형 ABC 를 그린 것이다. x 의 값으로 적절한 것은?



① 2

② 2.5

③ 3

④ 4

⑤ 5.5

해설

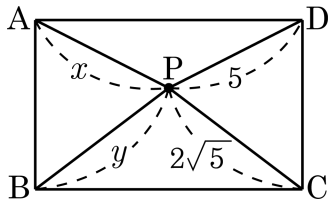
$$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$$

$$4x = 12$$

$$\therefore x = 3$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.



① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5 \text{ 이다.}$$

5. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. $\square ABCD$ 의 넓이는?

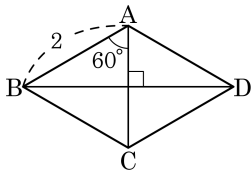
① 2

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $8\sqrt{3}$

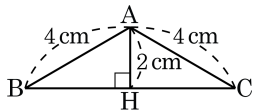


해설

대각선의 교점을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{AH} = 1$, $\overline{BH} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

6. 다음 그림의 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AH} = 2\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}\text{ cm}$

② $4\sqrt{3}\text{ cm}$

③ $3\sqrt{3}\text{ cm}$

④ $2\sqrt{3}\text{ cm}$

⑤ $\sqrt{3}\text{ cm}$

해설

$$\overline{BH} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?

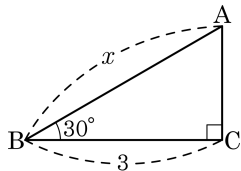
① 5

② $2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{3}$

⑤ 9



해설

$$x : 3 = 2 : \sqrt{3}$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

8. 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 어느 것인가?

① $(1, 1), (2, 3)$

② $(-3, -2), (0, 0)$

③ $(-2, 0), (0, 5)$

④ $(2, 1), (3, -5)$

⑤ $(-4, 4), (2, -2)$

해설

① $\sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$

② $\sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13}$

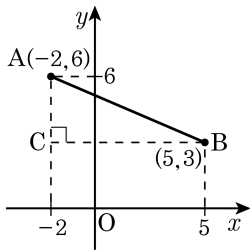
③ $\sqrt{(-2-0)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{29}$

④ $\sqrt{(3-2)^2 + (-5-1)^2} = \sqrt{37}$

⑤ $\sqrt{(-4-2)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{72}$

9. 아래 그림을 보고 옳지 못한 것을 찾으
면?

- ① 점 C 의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.
- ② 선분 AC 의 길이는 $6 - 3 = 3$ 이다.
- ③ 선분 CB 의 길이는 $5 - (-2) = 7$ 이다.
- ④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.



해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

10. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?

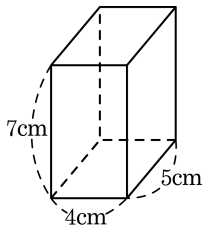
① $4\sqrt{10}$ cm

② 5 cm

③ $3\sqrt{10}$ cm

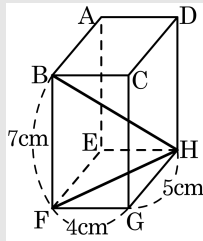
④ 3 cm

⑤ $7\sqrt{10}$ cm

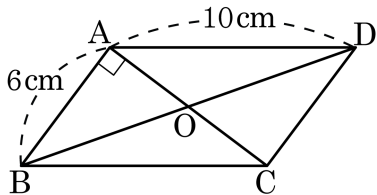


해설

$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{7^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$$



11. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$ 일 때, 대각선 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}\text{cm}$

해설

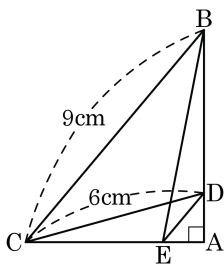
$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}), \therefore \overline{AO} = 4(\text{cm})$$

$\triangle ABO$ 에서

$$\overline{BO} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BD} = 4\sqrt{13}(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

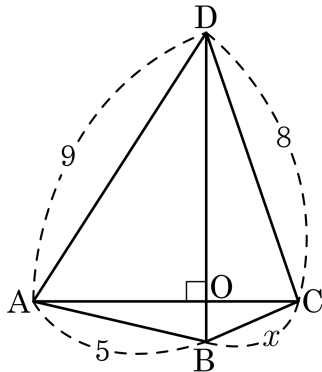
해설

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{ (9^2 - \overline{AC}^2) \right\},$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{ (6^2 - \overline{AC}^2) \right\}$$

$$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

13. 다음 그림처럼 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 5, \overline{CD} = 8, \overline{AD} = 9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

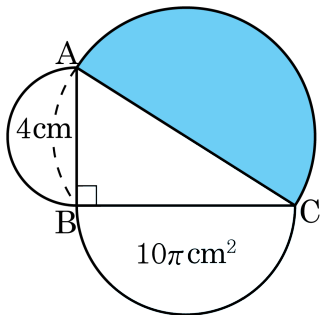
$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$$5^2 + 8^2 = 9^2 + x^2$$

$$25 + 64 = 81 + x^2$$

$$x^2 = 8, x > 0 \text{ 이므로 } x = 2\sqrt{2}$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



답 :

$$\underline{\pi\text{cm}^2}$$



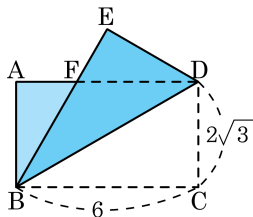
정답 : $12\pi\text{cm}^2$

해설

반지름 r 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \frac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림은 가로 길이가 6, 세로 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DBC = \angle DBE$

② $\angle FBD = \angle FDB$

③ $\angle E = 90^\circ$

④ $2\overline{AF} = \overline{FD}$

⑤ $\triangle EFD = 4\sqrt{3}$

해설

$$\angle DBC = \angle DBE$$

$$\angle DBC = \angle ADB \left(\because \overline{AD} \parallel \overline{BC} \right)$$

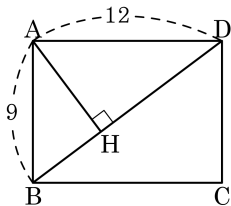
따라서 $\triangle FBD$ 는 이등변 삼각형이다.

$\overline{FD} = \overline{FB} = x$ 라 하면, $\triangle EFD$ 에서 $\overline{EF} = 6 - x$ 이므로

$$(6 - x)^2 + (2\sqrt{3})^2 = x^2 \quad \therefore x = 4$$

$$\triangle EFD = \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{ED} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

16. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 점 A에서 대각선 BD까지의 거리는?



- ① 18 ② 36 ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ $\frac{36}{5}$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = 15$$

점 A와 대각선 BD 사이의 거리 $\overline{AH}$

$\triangle ABD$ 의 높이이므로

$$\triangle ABD \text{의 넓이는 } 9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 15 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{36}{5}$$

17. 다음과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하면?

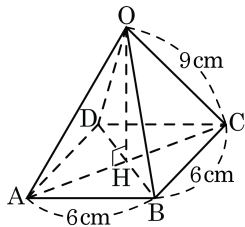
① $2\sqrt{7}\text{ cm}, 15\sqrt{6}\text{ cm}^3$

② $2\sqrt{7}\text{ cm}, 20\sqrt{6}\text{ cm}^3$

③ $2\sqrt{7}\text{ cm}, 27\sqrt{7}\text{ cm}^3$

④ $3\sqrt{7}\text{ cm}, 30\sqrt{6}\text{ cm}^3$

⑤ $3\sqrt{7}\text{ cm}, 36\sqrt{7}\text{ cm}^3$



해설

정사각뿔의 높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{81 - 18} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

$$V = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 3\sqrt{7} = 36\sqrt{7}(\text{cm}^3)$$

18. 호 AB의 길이는 4π 이고 중심각의 크기가 120° 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피를 구하면?

① $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$

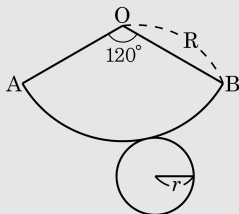
② $\frac{10\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$

③ $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$

④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$

⑤ $16\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

해설

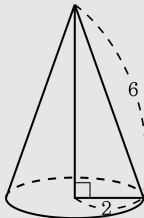


호 AB의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{m})$ 이다.

부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi R \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 2\pi R \times \frac{1}{3} = 4\pi$ 이므로

부채꼴의 반지름의 길이 $R = 6(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.

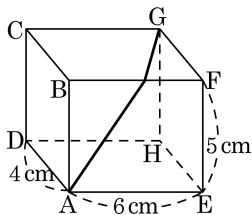


원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

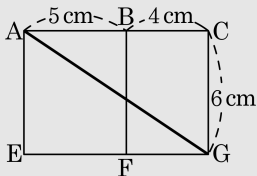
원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

19. 다음 직육면체에서 점 A 를 출발점으로 하여 변 BF 를 지나 점 G 에 도착하는 최단 거리는?

- ① $\sqrt{13}$ cm ② $2\sqrt{13}$ cm
 ③ $2\sqrt{14}$ cm ④ $3\sqrt{13}$ cm
 ⑤ $3\sqrt{14}$ cm

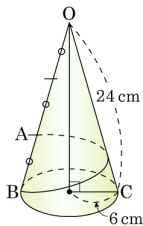


해설



$$\overline{AG} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}(\text{cm})$$

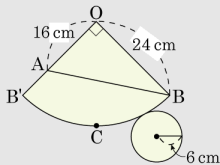
20. 다음 그림은 모선의 길이가 24 cm 이고, 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{13}$ cm

해설



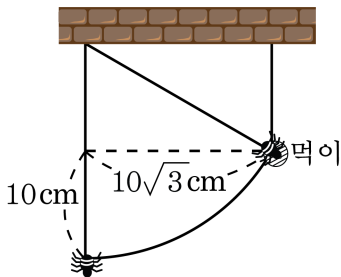
최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$$5.0\text{pt}\widehat{BB'} = 2\pi \times 6 = 12\pi (\text{cm})$$

$$\angle B'OB = \frac{12\pi}{48\pi} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{24^2 + 16^2} = \sqrt{832} = 8\sqrt{13} (\text{cm})$$

21. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



① 6 cm

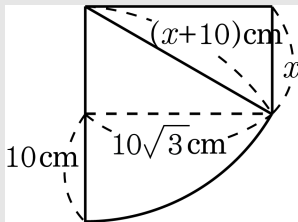
② 7 cm

③ 8 cm

④ 9 cm

⑤ 10 cm

해설

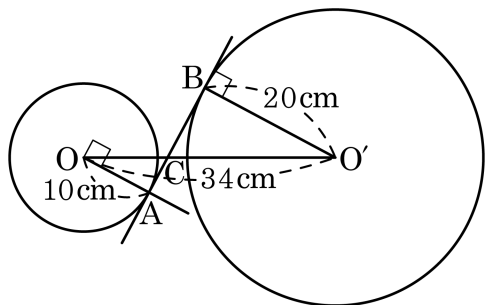


간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,

$$300 = 20x + 100$$

$\therefore x = 10$ 이다.

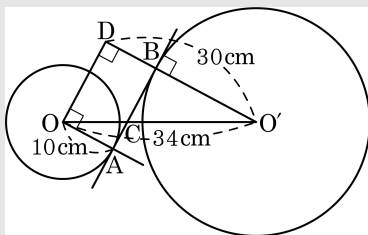
22. 다음 그림에서 반지름의 길이가 10 cm, 20 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 34 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

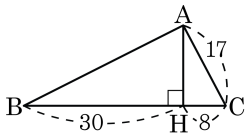


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{O'D} = 20 + 10 = 30(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

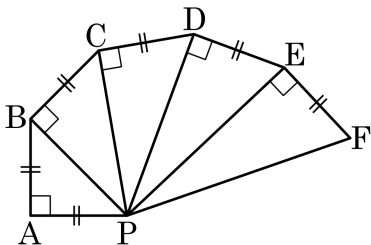
▷ 정답 : $15\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}$$

24. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$

② $\overline{PC}$

③ $\overline{PD}$

④ $\overline{PE}$

⑤ $\overline{PF}$

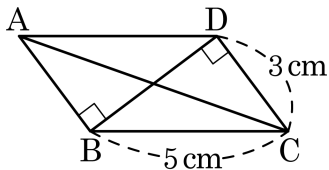
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4, \quad \overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이므로 길이가 4인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



- ① $(2\sqrt{13} + 2)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{13} + 2)\text{cm}$
 ③ $(2\sqrt{13} + 4)\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{13} + 4)\text{cm}$
 ⑤ 10cm

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$$

$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
 대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

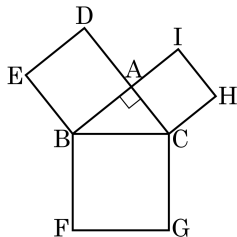
삼각형 ABO 에 대해서

$$\overline{AB} = 3\text{cm}, \overline{BO} = 2\text{cm}$$

$$\text{피타고라스 정리에 의하여 } \overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\text{cm} \text{ 이다.}$$

26. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI의 넓이의 차를 구하면?



- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

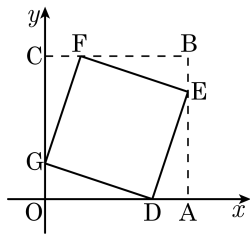
해설

$$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$$

$$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

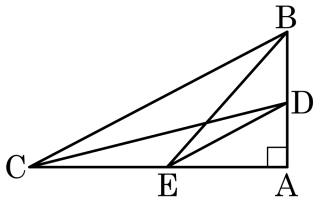
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3$, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

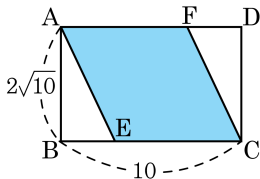
▶ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{BC}^2 + 3^2 = 4^2 + 6^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{43}$$

29. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, $\square AECF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{10}$

해설

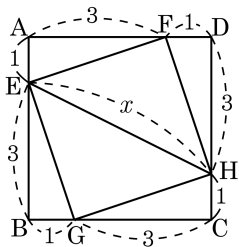
$\overline{CE} = x$ 라 하면

$$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + (10 - x)^2 \therefore x = 7$$

$$\therefore \square AECF = 7 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$$

30. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$



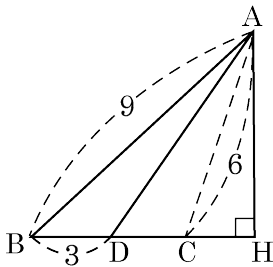
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\therefore x = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$$

31. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$9 : 6 = 3 : \overline{DC} \therefore \overline{DC} = 2$$

$$\triangle ACH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{마찬가지로 } \triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} = \textcircled{㉡}$ 에서

$$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2, \quad 10 \times \overline{CH} = 20$$

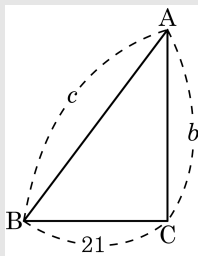
$$\overline{CH} = 2$$

32. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b, c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 21^2 + b^2, \quad c^2 - b^2 = 21^2$$

$$(c - b)(c + b) = 3^2 \times 7^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면

b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + b > c - b$ 인 경우를 순서쌍 $(c + b, c - b)$ 로 나타내어 보면

$$(c + b, c - b) = (7^2, 3^2), (7^2 \times 3, 3), \\ (7 \times 3^2, 7), (7^2 \times 3^2, 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

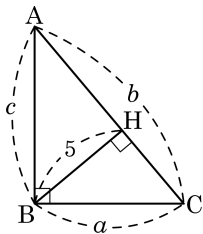
$$c + b = 7 \times 3^2, \quad c - b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore c = 35, \quad b = 28 \quad (b > 21 \text{ 에 만족한다.})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294 \text{ 이다.}$$

33. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2}\text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100 \text{ 이므로}$$

$$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$$5b = ac \cdots (2)$$

(1)에 (2)를 대입하면

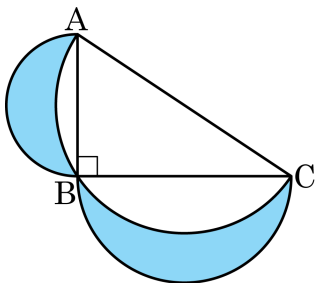
$$30b = 100 \text{ 에서}$$

$$b = \frac{100}{30}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$$

34. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸더니 색칠한 부분의 넓이가 24 였다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{26}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$ 라 하면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$$

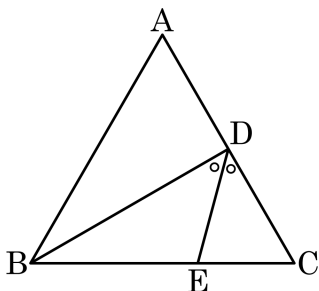
$$= \triangle ABC \quad (\because S_1 + S_2 = S_3)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2a \times 3a = 3a^2$$

즉, $3a^2 = 24$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a = 2\sqrt{26}$ 이다.

35. 정삼각형 ABC의 $\angle B$ 의 이등분선이 변 AC와 만나는 점을 D, $\angle BDC$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 BED의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3} + 2$

해설

삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라 할 때,

$\triangle ABD$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로 $a : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

$$\overline{DC} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$$

$\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$

에서

$$\frac{\frac{a}{2} \sqrt{3}}{\frac{a}{2}} : \frac{a}{2} = x : (a - x) \quad \text{점 D에서 내린 수선의 발을 H라 하면,}$$

$$\therefore x = \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3})$$

$\triangle BDH$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로

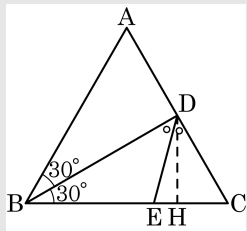
$\overline{BD} : \overline{DH} = 2 : 1$ 에서

$$\overline{DH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a \sqrt{3}}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DEB &= \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3}) \times \frac{a \sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16} a^2 (\sqrt{3} - 1) \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$a^2 = \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \end{aligned}$$



36. 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, B, C 에서 마주보는 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE} = 6$, $\overline{BF} = 6$, $\overline{CD} = 10$ 이다. 이때 $\overline{AF}^2 + \overline{BD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 172

해설

다음 그림과 같이 세 수선의 교점을 P 라 하면

$$\triangle PAF \text{ 와 } \triangle PAE \text{ 에서 } x^2 + c^2 = 6^2 + b^2 \dots \textcircled{1}$$

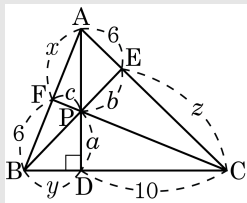
$$\triangle PBF \text{ 와 } \triangle PBD \text{ 에서 } y^2 + a^2 = 6^2 + c^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\triangle PDC \text{ 와 } \triangle PCE \text{ 에서 } z^2 + b^2 = 10^2 + a^2 \dots \textcircled{3}$$

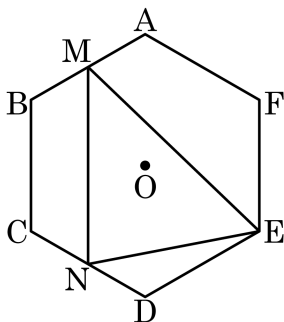
①, ②, ③을 변끼리 더하면

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6^2 + 6^2 + 10^2 = 172$$

따라서 $\overline{AF}^2 + \overline{BD}^2 + \overline{CE}^2 = 172$ 이다.



37. 다음과 같이 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하면 삼각형 EMN 의 넓이가 27 일 때, 정육각형 ABCDEF 의 넓이를 구하여라.



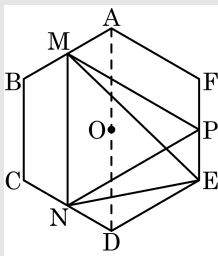
▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

정육각형의 한 변의 길이를 a 라 하자.

다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴
이므로 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = 2a$ 이다.



따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN} = \frac{1}{2}(a + 2a) = \frac{3}{2}a$ 이다.

$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF} \parallel \overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP = \triangle MNE$,
 $\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 $\frac{3}{2}a$ 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP =$

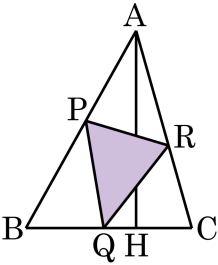
$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2$$

$$\therefore \triangle EMN = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2 = 27, a^2 = 16\sqrt{3}$$

정육각형 ABCDEF 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 6 개
로 나누어지므로 정육각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 =$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \times 16\sqrt{3} = 72 \text{ 이다.}$$

38. 다음과 같이 $\angle A = 45^\circ$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.

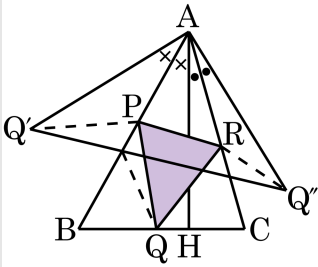


▶ 답 :

90°

▶ 정답 : 90°

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q' , Q'' 라 하면

$$\overline{PQ} = \overline{PQ'}, \overline{RQ} = \overline{RQ''}$$

$$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90^\circ \text{ 이고,}$$

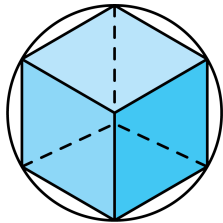
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q'R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90^\circ$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

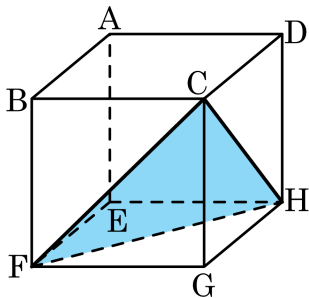
▷ 정답: $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점
이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}
 (\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\
 &= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\
 &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\
 &= 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

40. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 인 정육면체의 한 꼭짓점 A에서 삼각형 CFH 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

해설

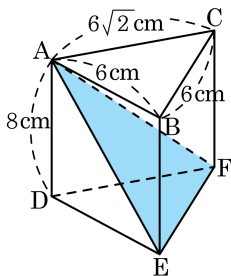
입체도형 A - CFH 는 한 모서리의 길이가 $12\sqrt{2}$ 인 정사면체이고 꼭짓점 A 에서 밑면 CFH 에 내린 수선의 발을 P 라 하면 점 P 는 $\triangle CFH$ 의 무게중심이다.

$$\text{즉, } \overline{CP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{6}$$

따라서 $\triangle ACP$ 에서

$$\overline{AP} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

41. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AC} = 6\sqrt{2}\text{ cm}$, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

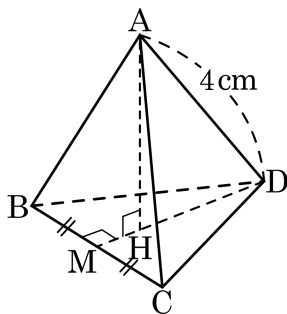
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AEF &= \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

42. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4cm 인 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{DM}$ 의 길이, $\overline{DH}$ 의 길이, $\overline{AH}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ② $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ③ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ⑤ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{5\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

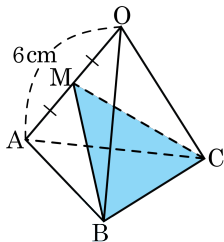
해설

$$(\overline{CD})^2 = (\overline{MC})^2 + (\overline{DM})^2, (\overline{DM})^2 = 16 - 4 = 12, \overline{DM} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

$$(\overline{AH})^2 = (\overline{AD})^2 - (\overline{DH})^2 = 16 - \frac{48}{9} = \frac{96}{9} = \frac{32}{3}, \overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}.$$

43. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M이라 할 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\triangle MBC$ 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 3\sqrt{3}$ (cm)인 이등변삼각형

$$(\text{높이}) = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\triangle MBC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

44. 부피가 $9\sqrt{2}$ 인 정팔면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하고 꼭짓점 A 에서 □BCDE 에 내린 수선의 발을 O 라 하면 $\triangle ABO$ 에서

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{AO} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BO}^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

정팔면체의 부피는

$2 \times$ (정사면체 A - BCDE의 부피) 이므로

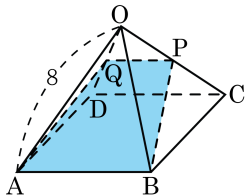
$$2 \times \left(\frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a \right) = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 9\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 3$$

즉, 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 이다.

따라서 정팔면체의 겉넓이는 $8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = 18\sqrt{3}$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 8인 정사각뿔에서 P, Q는 각각 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 의 중점일 때, $\square QABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $12\sqrt{11}$

해설

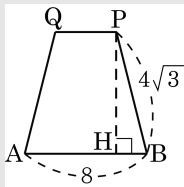
$\square QABP$ 는 $\overline{QP} \parallel \overline{AB}$ 인 사다리꼴

$$\overline{QP} = \frac{\overline{AB}}{2} = 4$$

$\triangle PHB$ 에서 $\overline{PB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{HB} = 2$

$$\therefore \overline{PH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$$

$$\square QABP = (4 + 8) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}$$



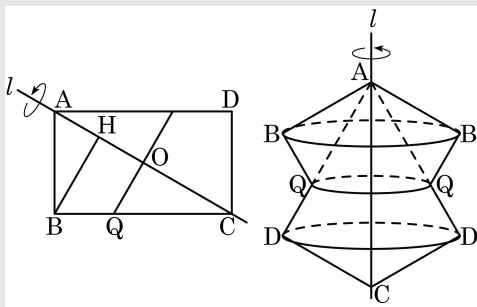
46. $\overline{AB} = 5$, $\angle ACB = 30^\circ$ 인 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 를 회전축으로 하여 1 회전시킨 회전체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{875}{9}\pi$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점을 O 라 하고, $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 Q 라 하면 구하는 회전체의 부피는 $\square ABQO$ 를 $\overline{AO}$ 를 축으로 하여 1 회전시킨 것의 2 배이다.



$$\overline{AC} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$

점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\triangle ADC \sim \triangle BHA$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{HA} = \frac{5}{2}, \overline{BH} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

또, $\triangle ADC \sim \triangle COQ$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{OQ} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$\overline{AH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_1 은

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{5}{2} = \frac{125}{8}\pi,$$

$\overline{CH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_2 는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{15}{2} = \frac{375}{8}\pi,$$

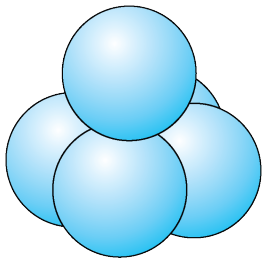
$\overline{CO}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_3 는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times 5 = \frac{125}{9}\pi \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$$2(V_1 + V_2 - V_3) = \frac{875}{9}\pi \text{ 이다.}$$

47. 다음 그림과 같이 부피가 36π 인 구 5 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6 + 3\sqrt{2}$

해설

구의 반지름의 길이를 r 라 하면 구의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times r^3 = 36\pi, \quad r = 3$$

다섯 개의 구의 중심을 각각 O, P, Q, R, S 라 하면 밑면이 한 변의 길이가 6 인 정사각형 PQRS 인 정사각뿔을 그릴 수 있다.

이때 변 PQ 의 중점을 M, 정사각형 PQRS 의 두 대각선의 교점을 T 라 하면 $\overline{OM}$ 은 한 변의 길이가 6 인 정삼각형 OPQ 의

높이이므로 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

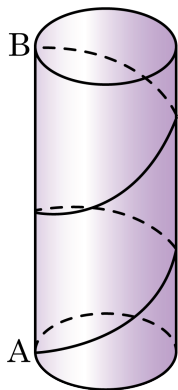
$\triangle OMT$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OT} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 구하는 높이는 (구 O의 반지름의 길이) + $\overline{OT}$ + (구 Q의 반지름의 길이) 이므로

$$3 + 3\sqrt{2} + 3 = 6 + 3\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림과 같이 밑면의 둘레의 길이가 4 이고, 높이가 6 인 직원기둥의 겉면을 따라 A 에서 B 까지 두 바퀴 감은 실을 최단 길이를 구하여라.

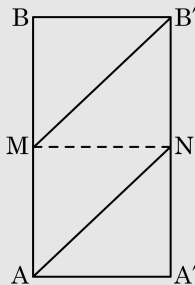


▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}$ 를 자르는 선으로 하여 옆면의 전개도를 그리면

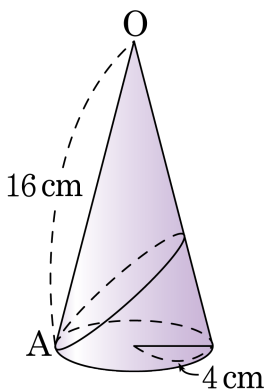


$\overline{BB'} = 4$ 이고 두 번 감을 때 실의 최단 길이는 위의 그림과 같다.

$$\overline{MB'} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

따라서 실의 최단 길이는 10 이다.

49. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm 이고 모선의 길이가 16cm 인 원뿔이 있다. 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리를 구하여라.



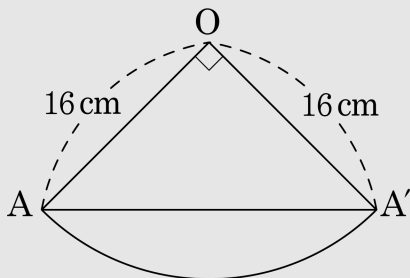
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $16\sqrt{2}$ cm

해설

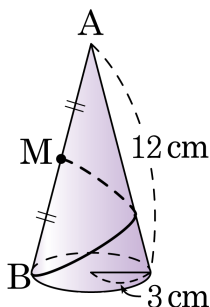
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$$\frac{4}{16} \times 360^\circ = 90^\circ,$$



최단거리 $\overline{AA'} = 16\sqrt{2}$ (cm) 이다.

50. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12cm 이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔에서 모선 AB의 중점을 M이라 하자. 점 B에서 원뿔의 옆면을 따라 점 M에 이르는 최단 거리를 구하면?



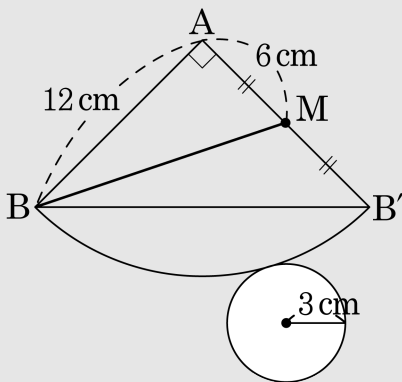
- ① $6\sqrt{5}$ cm ② $5\sqrt{6}$ cm ③ 5 cm
 ④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $6\sqrt{2}$ cm

해설

전개했을 때 부채꼴의 중심각을 x 라 하면, 부채꼴의 호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같으므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$$\therefore x = 90^\circ$$



$$\therefore \text{최단 거리 } \overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$