

1. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

2. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- ㉢

$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢, ㉢

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x+y-x+y = 2y$

3. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$
 $abc = 224$ 또는 $abc = 504$
 $abc = 14$ 일 때, (1, 2, 7)
 $abc = 56$ 일 때, (1, 7, 8), (2, 4, 7)
 $abc = 126$ 일 때, (2, 7, 9), (3, 6, 7)
 $abc = 224$ 일 때, (4, 7, 8)
 $abc = 504$ 일 때, (7, 8, 9)

4. $\sqrt{59+a}=b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로
 $59+a=64, 81, 100, \dots$
 $\therefore a=5, 22, 41, \dots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$ 이다.
 $\therefore a+b=5+8=13$

5. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{1} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{2} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{2}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

8. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로
(준식) $= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9}-\sqrt{8}$
 $= -1+3 = 2$

9. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.
 $1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$
(주어진 식)

$$= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle$$
$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$
$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 18 ③ 22 ④ 27 ⑤ 30

해설

$a + b = 11$ 이 되는 a, b 중 곱 ab 가 가장 큰 수는 $5 \times 6 = 30$ 이다.

12. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 4$ ② $x + 3$ ③ $x + 2$ ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면
(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.
따라서
 $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8)$
 $= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4)$

13. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab - 6a + 5b - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6a - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$
 $(a + 5)(b - 6) = 18$
 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$
(i) $a + 5 = 18, b - 6 = 1$
 $a = 13, b = 7$
(ii) $a + 5 = 9, b - 6 = 2$
 $a = 4, b = 8$
(iii) $a + 5 = 6, b - 6 = 3$
 $a = 1, b = 9$
 $\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

14. $\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

- ① -13
- ② -7
- ③ -5
- ④ -3
- ⑤ -11

해설

$\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$ 에서 $\frac{(x + y)(x - y)}{y(x - y)} = 3,$

$x \neq y$ 이므로 $x - y \neq 0$

따라서, $\frac{x + y}{y} = 3, x = 2y$

$x = 2y$ 를 대입하면

$x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$
 $= 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11$

15. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.