

1. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \textcircled{1}$$

$(\textcircled{1} + 2) \div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

2. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

3. 실수 a, b 에 대하여 $a > b$ 일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$

㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$

㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a > 0 > b$ 인 경우에는 b 의 절댓값이 더 클 수도 있다.

㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.

㉣ 역시 $a > 0 > b$ 인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

4. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$
따라서, 최댓값은 8 이고 최솟값은 -7 이므로 두 값의 합은 1 이다.

5. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

6. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

7. 부등식 $3x+2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x+2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$ 의 해는?

- ① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$ 에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$$

$$-2ax > -6a$$

$a < 0$ 에서 $-2a > 0$ 이므로

$$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$$

9. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

10. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로

먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면

(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.

따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.

(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

11. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 7 \cdots \textcircled{㉠} \\ 5x+4 \geq x \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠ 에서 $2x < 10, x < 5$

㉡ 에서 $4x \geq -4, x \geq -1$

$\therefore -1 \leq x < 5$

12. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases}$$

① $x > -2$

② $x \leq 1$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 < x \leq 1$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 1$$

13. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.