

1. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

2. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

- ① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1 ④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

3. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$

㉡ $2^4 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 7$

㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

① $2^4 \times 3^2$

② $2 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

5. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

6. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

7. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

8. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$
따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$
 $a + b + m + n = 13$

9. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

10. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

11. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100 ② 200 ③ 300 ④ 400 ⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

12. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

13. 720의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는 $(2^4 \text{의 약수}) \times (3^2 \text{의 약수}) \times (5 \text{의 약수})$ 이다.

14. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

15. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.