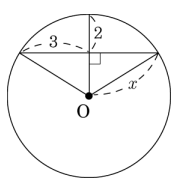
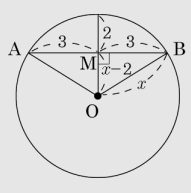
**1.** 다음 그림의 원 O 에서 $x$ 의 값은?



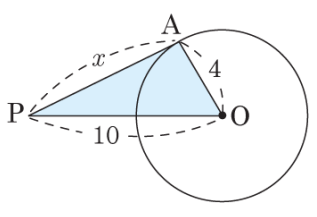

① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

해설




$\triangle$OBM 에서 $x^2 = (x-2)^2 + 3^2 \quad \therefore\ x = \frac{13}{4}$

**2.** 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?(단, $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선)




① $5\sqrt{3}$　② $3\sqrt{13}$　③ $4\sqrt{21}$　④ $4\sqrt{23}$　⑤ $9\sqrt{3}$

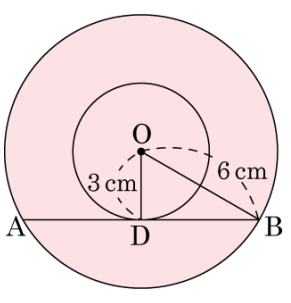
해설

$\angle A = 90°$ 이므로

$10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$

따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

**3.** 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)




① $3\sqrt{3}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $6\sqrt{5}$ cm

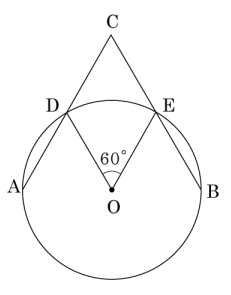
④ $3\sqrt{5}$ cm ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

**4.** 다음 그림과 같이 반원 O 의 지름 AB 를 한 변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 60 °

해설

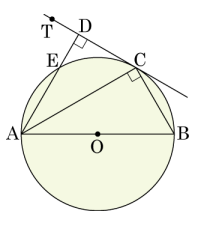
점 A 와 점 E 를 이으면

$\angle DAE = 30°$

$\angle AEC = 90°$

$\angle C = 180° - (90° + 30°) = 60°$

**5.** 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 C 는 접점이다. 점 A 에서 접선 CT 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?




① $\angle DCA = \angle CBA$

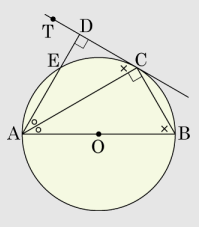
② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

④ $\angle CAD = \angle ACD$

⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



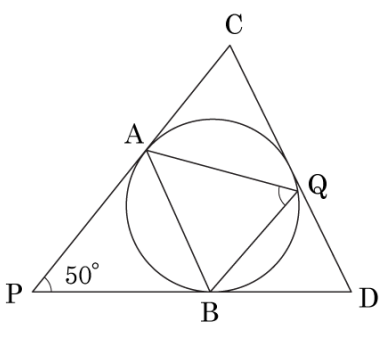

$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)

$\overline{CD}$ 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

**6.** 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 가 접선일 때, $\angle AQB$ 의 크기는?

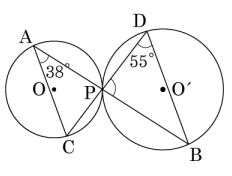



① $65°$ ② $60°$ ③ $55°$ ④ $45°$ ⑤ $40°$

해설

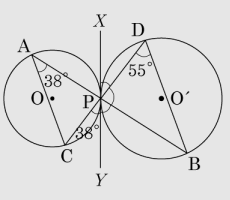
$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle ABP = 65°$
또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로
$\angle ABP = \angle AQB = 65°$ 이다.

**7.** 다음 그림에서 두 원 O, O′ 은 점 P 에서 외접하고, 이 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A, B, C, D 라 할 때, ∠DPB 의 크기는?




① 86° ② 87° ③ 88° ④ 89° ⑤ 90°

해설



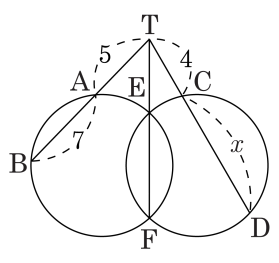

점 P 에서 두 원의 공통인 접선 XY 를 그으면

$\angle XPD = \angle CPY = \angle PAC = 38°$

$\angle BPY = \angle PDB = 55°$

$\angle DPB = 180° - (55° + 38°) = 87°$

**8.** 다음 그림에서 $x$ 의 값은?




① 8　　② 9　　③ 10

④ 11　　⑤ 12

해설

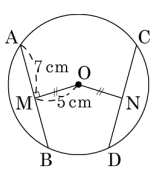
$4 \times (4 + x) = 5\,(5 + 7)$

$16 + 4x = 60$

$4x = 44$

$\therefore x = 11$

**9.** 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{CD} \perp \overline{ON}$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$, $\overline{AM} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



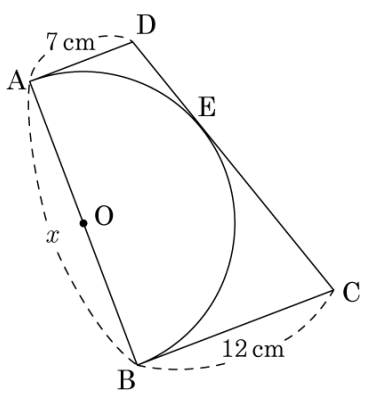

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

$\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이면 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 14(\text{cm})$ 이다.

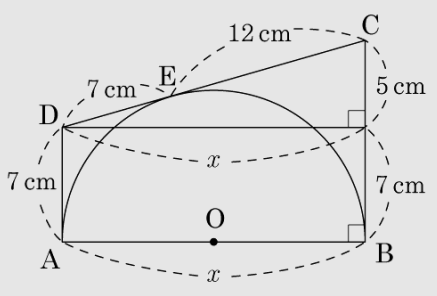
**10.** 반원 O 와 접하는 선분 AD, CD, BC 가 다음과 같을 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



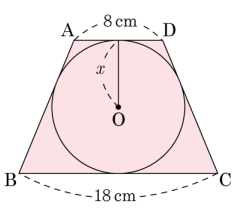

① $2\sqrt{21}$ (cm)　② $3\sqrt{21}$ (cm)　③ $4\sqrt{21}$ (cm)
④ $5\sqrt{21}$ (cm)　⑤ $6\sqrt{21}$ (cm)

해설

$x = \sqrt{19^2 - 5^2}$
$= \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$
$= 4\sqrt{21}$ (cm)



**11.** 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$ , $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



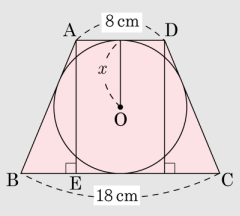

① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$

□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$

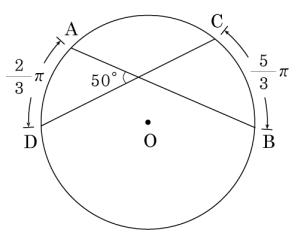



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

$\overline{BE} = 5(\text{cm})$ $\therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$

$\therefore x = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$

**12.** 다음 그림과 같이 원 O 의 두 현 AB, CD 가 이루는 예각의 크기가 $50°$ 이다. 호 $AD = \frac{2}{3}\pi$ , 호 $BC = \frac{5}{3}\pi$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

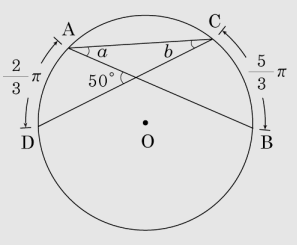



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{5}$

해설

보조선 AC 를 긋고 다음 그림과 같이 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면




삼각형의 외각의 성질에 의해 $a + b = 50°$

5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 중심각의 크기는 $2(a + b) = 100°$

원 O 의 반지름의 길이를 $r$ , 둘레의 길이를 $l$ 이라 하면

5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ : $100° = l : 360°$

$\frac{2}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi : 100° = l : 360°$

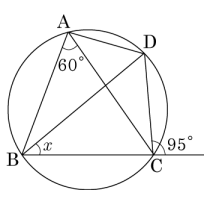
$\frac{7}{3}\pi : 100° = l : 360°$

$l = \frac{42}{5}\pi$

즉, $2\pi r = \frac{42}{5}\pi$

$\therefore r = \frac{21}{5}$

**13.** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?




① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

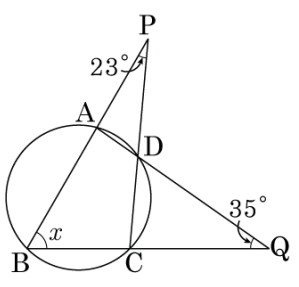
$\angle x = \angle \mathrm{DAC}$ 이고

$\angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{DAC} = 95°$

$\angle \mathrm{DAC} = 95° - 60° = 35°$

$\therefore\ \angle x = \angle \mathrm{DAC} = 35°$

**14.** 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 23°$, $\angle BQA = 35°$, $\angle ABC = x°$ 일 때, $x$ 의 값을 구하여라.



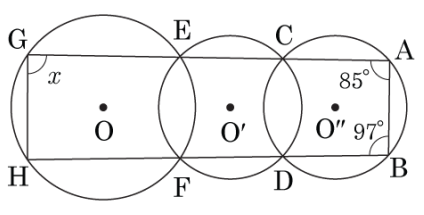

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 61°

해설

$\angle ABC = x$ 라 하면
$\angle PCQ = x° + 23°$, $\angle PBC = \angle CDQ = x°$ 이고,
$\triangle DCQ$ 의 세 내각의 크기의 합은 $x° + (x° + 23°) + 35° = 180°$
따라서 $x° = 61°$ 이다.

**15.** 다음 그림에서 두 점 E, F 는 두 원 O, O′ 의 교점이고, 점 C, D 는 두 원 O′, O″ 의 교점이다.
$\angle CAB = 85°$, $\angle ABD = 97°$ 일 때, $\angle EGH$ 의 크기는?

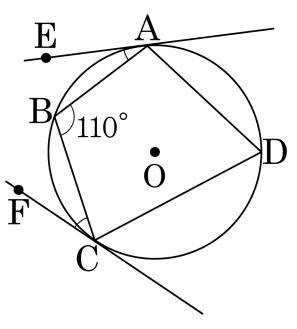



① 83°　② 92°　③ 96°　④ 100°　⑤ 102°

해설

내접하는 사각형의 성질에 의해
$\angle EGH = \angle EFD = \angle DCA$
또한 , 대각의 합 $\angle DCA + \angle ABD = \angle DCA + 97° = 180°$ 이다.
$\therefore \angle DCA = 180° - 97° = 83°$

**16.** 다음 그림에서 두 점 A, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle EAB + \angle BCF$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70°

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

$\angle EAB = \angle ADB$

$\angle BCF = \angle BDC$

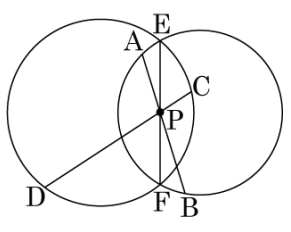
$\therefore \angle EAB + \angle BCF = \angle ADC$

□ABCD 가 원에 내접하므로

$\angle ADC = 180° - 110° = 70°$

$\therefore \angle EAB + \angle BCF = 70°$

**17.** 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 는 두 원의 공통인 현이다. $\overline{EF}$ 와 두 원의 현인 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점을 점 P 라고 할 때, $\angle DCB$ 와 크기가 같은 각을 말하여라.



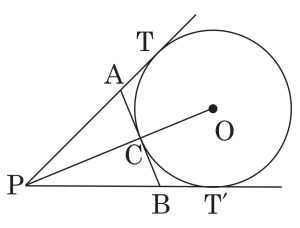

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle$ DAB

해설

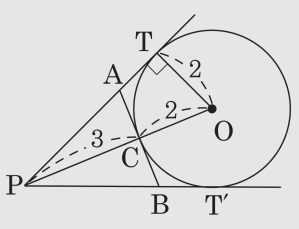
$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{EP} \times \overline{FP}$ 이므로 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.
따라서 5.0pt$\overset{\frown}{DB}$ 에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로 $\angle DCB = \angle DAB$ 이다.

**18.** 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T′ 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$ , $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



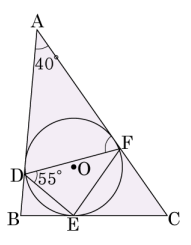

① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$　② $\sqrt{21}\text{cm}$　③ $2\sqrt{21}\text{cm}$
④ $\sqrt{29}\text{cm}$　⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설




$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로
$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$
$\overline{PT} = \overline{PT'}$　$\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

**19.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 40°$ , $\angle FDE = 55°$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

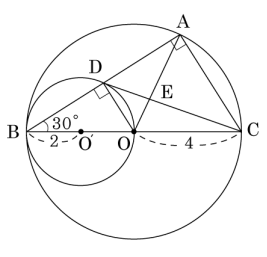
▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로

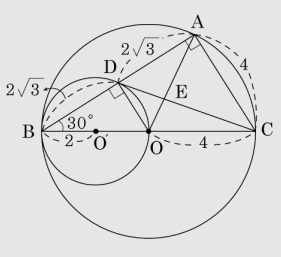
$\angle AFD = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

**20.** 다음 그림의 원 O 의 지름은 8 , 원 O′ 의 지름은 4 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?




① $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

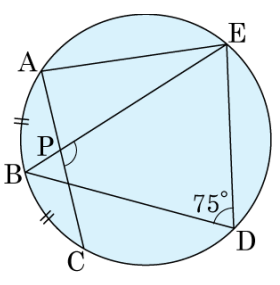



$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

**21.** 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 75°$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 105 °

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 이므로

$\angle AEB = \angle BDC = x$

□ACDE 에서

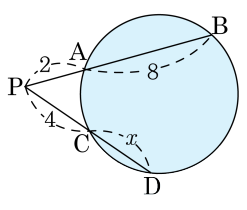
$\angle CAE = 180° - \angle CDE$

$= 180° - (75° + x)$

$= 105° - x$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 105°$

**22.** 다음 그림에서 $x$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

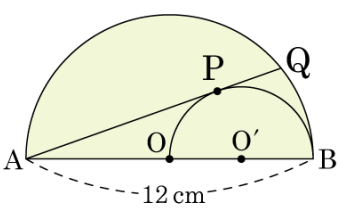
▷ 정답 : 1

해설

$2 \times (2+8) = 4(4+x)$

$\therefore\ x = 1$

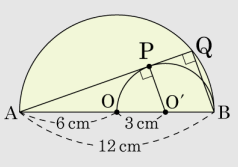
**23.** $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O′ 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O′ 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?




① $6\sqrt{5}\text{cm}$　② $6\sqrt{6}\text{cm}$　③ $7\sqrt{5}\text{cm}$

④ $8\sqrt{2}\text{cm}$　⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설




$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로

$9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\angle APO' = 90°$ , 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90°$

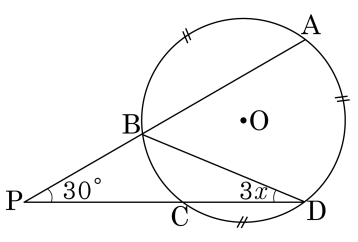
$\therefore \triangle AO'P \backsim \triangle ABQ$

$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$

$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$

$\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

**24.** 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, $\angle BPD = 30°$ 일 때, $x$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 7.5 °

해설

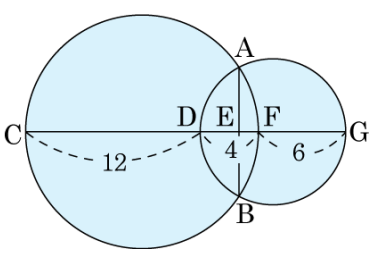
i ) 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각이 $3x$ 이므로 $\angle BOC = 6x$

ii ) $\triangle BPD$ 에서 $\angle ABD = 30° + 3x°$ 이므로

$\angle AOD = 60° + 6x°$

iii) $3(60° + 6x) + 6x = 360°$ $\therefore$ $x = 7.5°$

**25.** 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{CD} = 12$, $\overline{DF} = 4$, $\overline{FG} = 6$ 일 때, $\overline{AE} \cdot \overline{BE}$ 의 값은?




① $\frac{172}{3}$　② $\frac{173}{3}$　③ $\frac{164}{9}$　④ $\frac{167}{9}$　⑤ $\frac{176}{9}$

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면

$\overline{CE} \times \overline{FE} = \overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE}$

$(12 + x)(4 - x) = x \times (6 + 4 - x)$

$x = \frac{8}{3}$

$\overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE} = \frac{8}{3} \times \left(4 + 6 - \frac{8}{3}\right) = \frac{176}{9}$