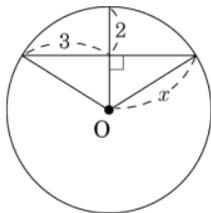


1. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 값은?



① $\frac{11}{4}$

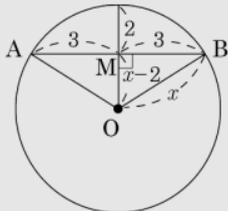
② $\frac{13}{4}$

③ $\frac{15}{4}$

④ $\frac{17}{4}$

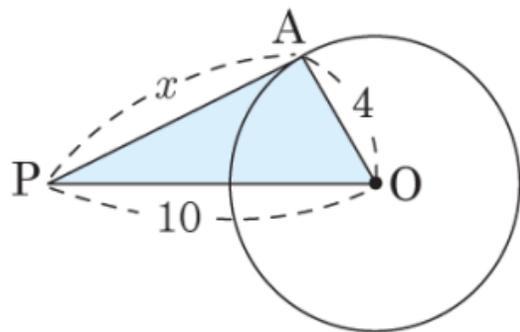
⑤ $\frac{19}{4}$

해설



$$\triangle OBM \text{ 에서 } x^2 = (x-2)^2 + 3^2 \quad \therefore x = \frac{13}{4}$$

2. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, \overline{PA} 는 원 O 의 접선)



- ① $5\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{13}$
 ③ $4\sqrt{21}$ ④ $4\sqrt{23}$
 ⑤ $9\sqrt{3}$

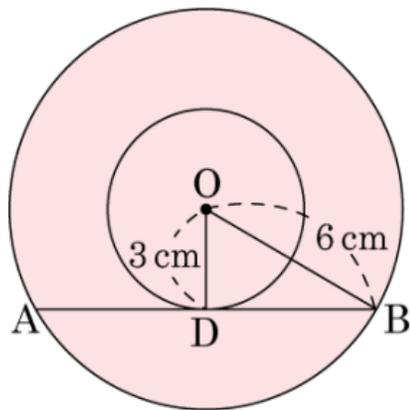
해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로

$$10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$$

따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

3. 다음 그림에서 \overline{AB} 의 길이는? (단, \overline{AB} 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}$ cm

② $4\sqrt{3}$ cm

③ $6\sqrt{5}$ cm

④ $3\sqrt{5}$ cm

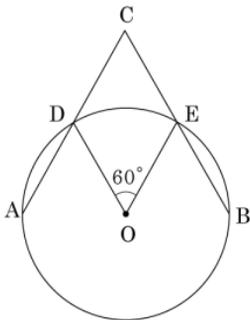
⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

4. 다음 그림과 같이 반원 O의 지름 AB를 한 변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 60 °

해설

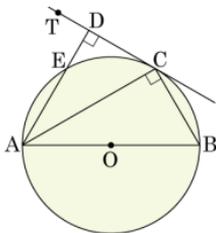
점 A와 점 E를 이으면

$$\angle DAE = 30^\circ$$

$$\angle AEC = 90^\circ$$

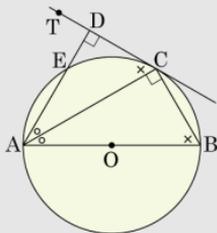
$$\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

5. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O의 지름이고, 점 C는 접점이다. 점 A에서 접선 CT에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle DCA = \angle CBA$ ② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 ③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$ ④ $\angle CAD = \angle ACD$
 ⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



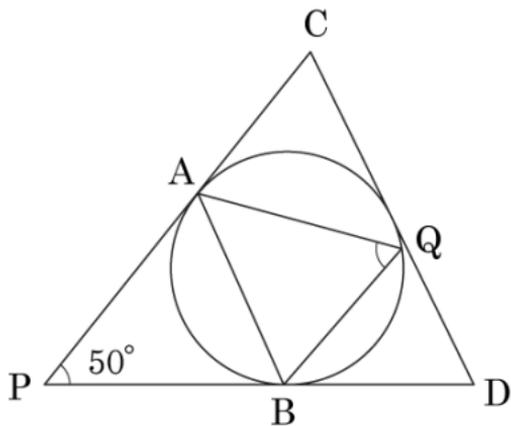
$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)

\overline{CD} 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$

$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

6. 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} 가 접선 일 때, $\angle AQB$ 의 크기는?



- ① 65° ② 60° ③ 55° ④ 45° ⑤ 40°

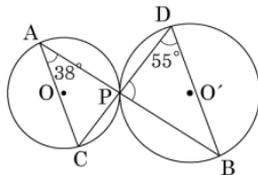
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle ABP = 65^\circ$

또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle ABP = \angle AQB = 65^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 두 원 O, O' 은 점 P 에서 외접하고, 이 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A, B, C, D 라 할 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



① 86°

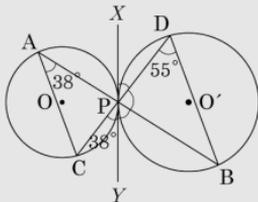
② 87°

③ 88°

④ 89°

⑤ 90°

해설



점 P 에서 두 원의 공통인 접선 XY 를 그으면

$$\angle XPD = \angle CPY = \angle PAC = 38^\circ$$

$$\angle BPY = \angle PDB = 55^\circ$$

$$\angle DPB = 180^\circ - (55^\circ + 38^\circ) = 87^\circ$$

8. 다음 그림에서 x 의 값은?

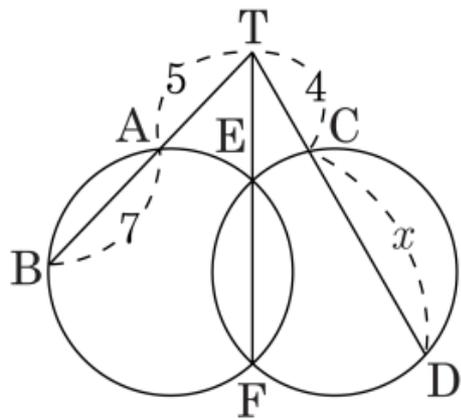
① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12



해설

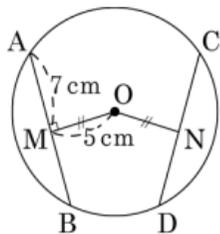
$$4 \times (4 + x) = 5(5 + 7)$$

$$16 + 4x = 60$$

$$4x = 44$$

$$\therefore x = 11$$

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{CD} \perp \overline{ON}$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$, $\overline{AM} = 7\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



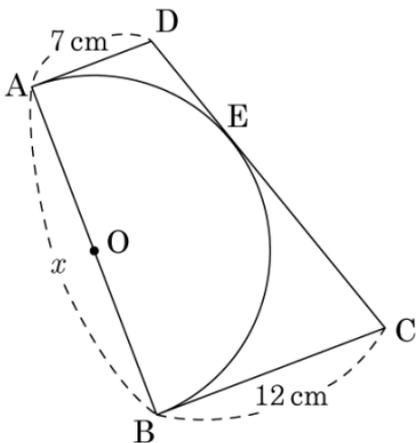
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 14 cm

해설

$\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이면 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 14(\text{cm})$ 이다.

10. 반원 O 와 접하는 선분 AD , CD , BC 가 다음과 같을 때, \overline{AB} 의 길이는?



① $2\sqrt{21}$ (cm)

② $3\sqrt{21}$ (cm)

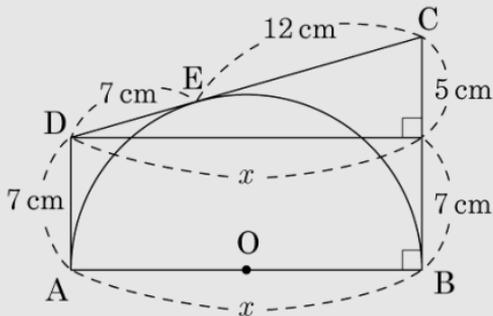
③ $4\sqrt{21}$ (cm)

④ $5\sqrt{21}$ (cm)

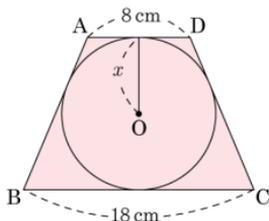
⑤ $6\sqrt{21}$ (cm)

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{19^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{336} = 4\sqrt{21} \\ &= 4\sqrt{21} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



11. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



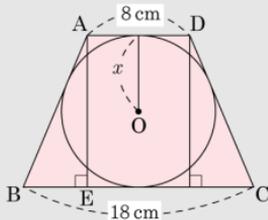
- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$$

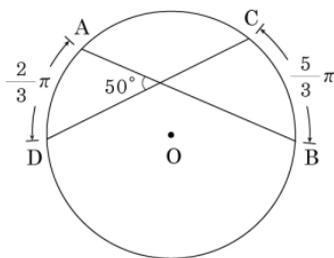


점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$$\overline{BE} = 5(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore x = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같이 원 O의 두 현 AB, CD가 이루는 예각의 크기가 50° 이다. 호 AD = $\frac{2}{3}\pi$, 호 BC = $\frac{5}{3}\pi$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

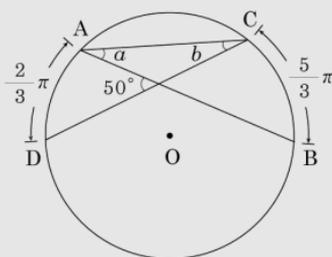


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{5}$

해설

보조선 AC를 긋고 다음 그림과 같이 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면



삼각형의 외각의 성질에 의해 $a + b = 50^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 중심각의 크기는 $2(a + b) = 100^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r , 둘레의 길이를 l 이라 하면

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 100^\circ = l : 360^\circ$

$$\frac{2}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi : 100^\circ = l : 360^\circ$$

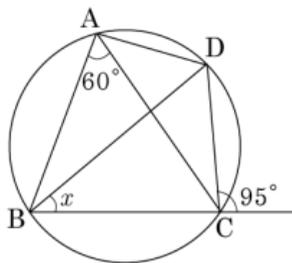
$$\frac{7}{3}\pi : 100^\circ = l : 360^\circ$$

$$l = \frac{42}{5}\pi$$

$$\text{즉, } 2\pi r = \frac{42}{5}\pi$$

$$\therefore r = \frac{21}{5}$$

13. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

$\angle x = \angle DAC$ 이고

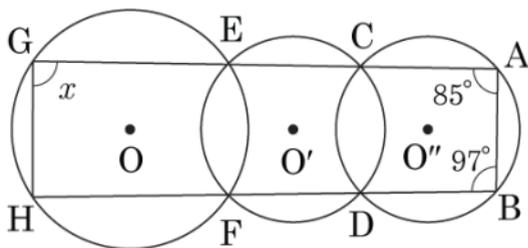
$\angle BAC + \angle DAC = 95^\circ$

$\angle DAC = 95^\circ - 60^\circ = 35^\circ$

$\therefore \angle x = \angle DAC = 35^\circ$

15. 다음 그림에서 두 점 E, F 는 두 원 O, O' 의 교점이고, 점 C, D 는 두 원 O', O'' 의 교점이다.

$\angle CAB = 85^\circ$, $\angle ABD = 97^\circ$ 일 때, $\angle EGH$ 의 크기는?



- ① 83° ② 92° ③ 96° ④ 100° ⑤ 102°

해설

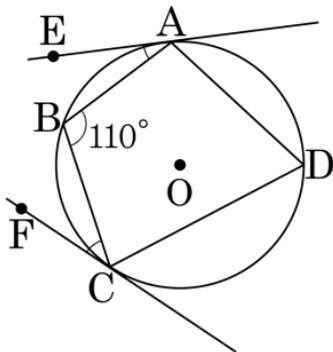
내접하는 사각형의 성질에 의해

$$\angle EGH = \angle EFD = \angle DCA$$

또한, 대각의 합 $\angle DCA + \angle ABD = \angle DCA + 97^\circ = 180^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle DCA = 180^\circ - 97^\circ = 83^\circ$$

16. 다음 그림에서 두 점 A, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle EAB + \angle BCF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : 70°

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

$$\angle EAB = \angle ADB$$

$$\angle BCF = \angle BDC$$

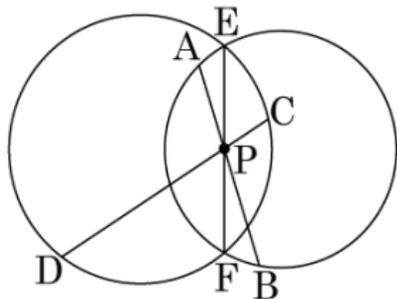
$$\therefore \angle EAB + \angle BCF = \angle ADC$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle EAB + \angle BCF = 70^\circ$$

17. 다음 그림에서 \overline{EF} 는 두 원의 공통인 현이다. \overline{EF} 와 두 원의 현인 \overline{AB} , \overline{CD} 의 교점을 점 P 라고 할 때, $\angle DCB$ 와 크기가 같은 각을 말하여라.



▶ 답:

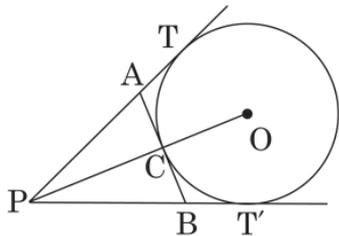
▷ 정답: $\angle DAB$

해설

$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{EP} \times \overline{FP}$ 이므로 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

따라서 $\widehat{5.0ptDB}$ 에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로 $\angle DCB = \angle DAB$ 이다.

18. 다음 그림에서 원 O 는 \overline{AB} 와 점 C 에서 접하고, \overline{PA} 와 \overline{PB} 의 연장선과 두 점 T, T' 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT}'$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$

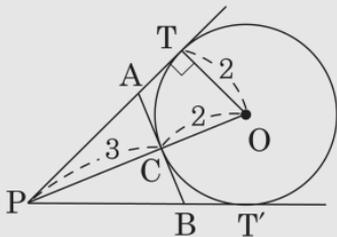
② $\sqrt{21}\text{cm}$

③ $2\sqrt{21}\text{cm}$

④ $\sqrt{29}\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

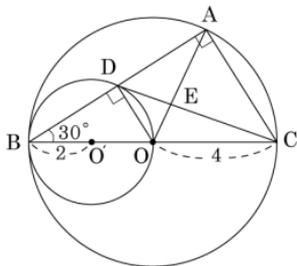


$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}$, $\overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$$

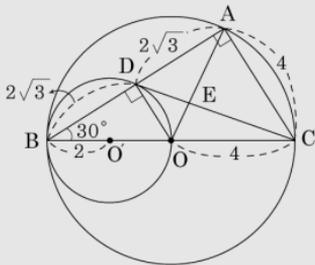
$$\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$$

20. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, \overline{DE} 의 길이는?



- ① $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

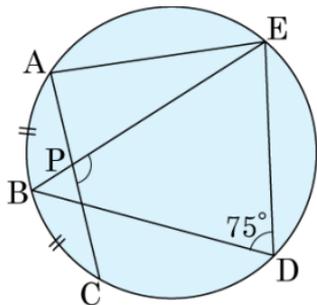


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

21. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고 $\angle BDE = 75^\circ$ 이다. \overline{AC} 와 \overline{BE} 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : $105 \underline{\quad}$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로

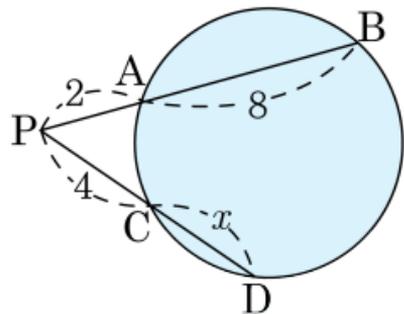
$$\angle AEB = \angle BDC = x$$

□ACDE 에서

$$\begin{aligned} \angle CAE &= 180^\circ - \angle CDE \\ &= 180^\circ - (75^\circ + x) \\ &= 105^\circ - x \end{aligned}$$

$$\angle CPE = \angle CAE + x = 105^\circ$$

22. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

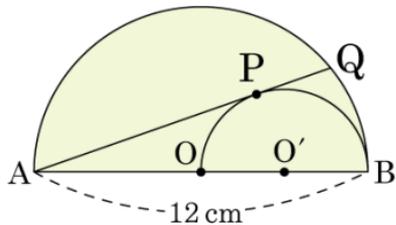
▷ 정답: 1

해설

$$2 \times (2 + 8) = 4(4 + x)$$

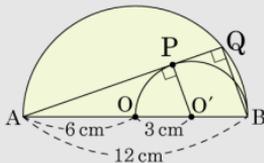
$$\therefore x = 1$$

23. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 \overline{OB} 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. \overline{AQ} 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, \overline{AQ} 의 길이는?



- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2 \text{ 이므로}$$

$$9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{ cm}$$

$\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$

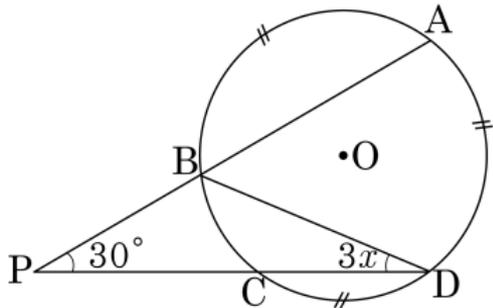
$$\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$$

$$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$$

$$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle BPD = 30^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : $7.5 \circ$

해설

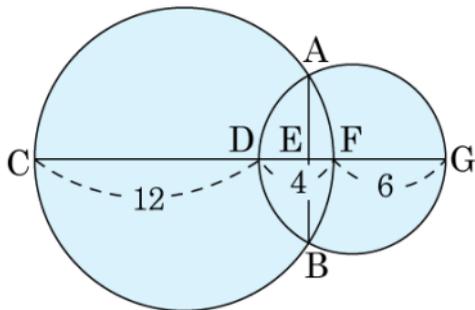
i) $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각이 $3x$ 이므로 $\angle BOC = 6x$

ii) $\triangle BPD$ 에서 $\angle ABD = 30^\circ + 3x^\circ$ 이므로

$$\angle AOD = 60^\circ + 6x^\circ$$

iii) $3(60^\circ + 6x) + 6x = 360^\circ \quad \therefore x = 7.5^\circ$

25. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{CD} = 12$, $\overline{DF} = 4$, $\overline{FG} = 6$ 일 때, $\overline{AE} \cdot \overline{BE}$ 의 값은?



- ① $\frac{172}{3}$ ② $\frac{173}{3}$
 ③ $\frac{164}{9}$ ④ $\frac{167}{9}$
 ⑤ $\frac{176}{9}$

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면

$$\overline{CE} \times \overline{FE} = \overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE}$$

$$(12 + x)(4 - x) = x \times (6 + 4 - x)$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE} = \frac{8}{3} \times \left(4 + 6 - \frac{8}{3}\right) = \frac{176}{9}$$