

1. 이차함수  $y = -2x^2 + 4x + k$  의 최댓값이 2 일 때,  $k$  의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x - 1)^2 + (k + 2) \text{ 에서}$$

$$\text{최댓값 } k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

2. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이때, 상수  $m$  의 값을 구하면?

① -16

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m\end{aligned}$$

$x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로  $11 + m = 5$ 에서  $m = -6$  이다.

3. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 최댓값이 9 이고 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -1, 5 일 때,  $abc$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 상수이다.)

① 45

② 20

③ -5

④ -20

⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -1, 5 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로  $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는  $y = -x^2 + 4x + 5$  이고

$b = 4, c = 5$  이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

4. 이차함수  $y = x^2 - 2ax + 3$  이  $x = -3$  에서 최솟값  $m$  을 가질 때,  $a - m$  의 값은?

① -9

② 6

③ 3

④ -3

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$$

$x = -3$  에서 최솟값  $m$  을 가지므로

$$a = -3, -a^2 + 3 = m, m = -6$$

$$\therefore a - m = -3 - (-6) = 3$$

5. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는 한 점  $(-2, -5)$  을 지나고,  $x = m$  일 때 최솟값  $2m$  을 갖는다.  $m$  의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가  $(m, 2m)$  이므로  
 $y = (x - m)^2 + 2m$  에  $(-2, -5)$  를 대입한다.

$$-5 = (-2 - m)^2 + 2m$$

$$m^2 + 6m + 9 = 0$$

$$(m + 3)^2 = 0$$

따라서  $m = -3$  이다.

6.  $y = x^2 - 2|x| + 2 (-1 \leq x \leq 3)$  의 최댓값, 최솟값을 각각  $M, m$  이라 할 때,  $M + m$  의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2|x| + 2 (-1 \leq x \leq 3)$  에서

( i )  $-1 \leq x < 0$  일 때,

$$y = x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1$$

( ii )  $0 < x \leq 3$  일 때,

$$y = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore M = 5, m = 1 \quad \therefore M + m = 5 + 1 = 6$$

7.  $f(x) = x^2 - x + 1$  일 때,  $0 \leq x \leq 1$  에서  $f(4 - f(x))$  의 최솟값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(4 - f(x))$  에서  $4 - f(x) = t$  라 두면,

$$t = -x^2 + x + 3$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4} \quad (0 \leq x \leq 1) \text{ 에서}$$

$$3 \leq t \leq \frac{13}{4}$$

따라서

$$\begin{aligned} f(4 - f(x)) &= f(t) = t^2 - t + 1 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad \left(3 \leq t \leq \frac{13}{4}\right) \end{aligned}$$

$t = 3$  일 때, 최솟값 7을 갖는다.

8. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수  $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$  의 최솟값을 구하면?

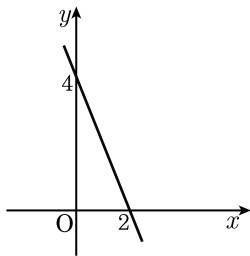
① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 0



해설

기울기  $a = -2$ ,  $y$  절편  $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$  일 때, 최솟값은  $-4$  이다.



9. 이차함수  $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$  의 최솟값은  $-5$  보다 크고, 그 그래프가 점  $(2a, 8a + 5)$  를 지날 때, 상수  $a$  의 값은?

①  $-3$

②  $-\frac{3}{8}$

③  $\frac{3}{8}$

④  $3$

⑤  $6$

### 해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$  의 그래프가 점  $(2a, 8a + 5)$  를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최솟값  $-12 + 3a > -5$  이므로

i)  $a = -\frac{3}{8}$  대입 :

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

ii)  $a = 3$  대입 :  $-12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$

따라서  $a = 3$  이다.

10. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-4$  를 가지며 점  $(1, 2)$  를 지난다. 이 때,  $a - b - c$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이  $(3, -4)$  이므로  $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$  를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

11.  $-2 \leq x \leq 1$  일 때, 함수  $y = |x^2 + 2x - 5|$  의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 4

② 5

③ 6

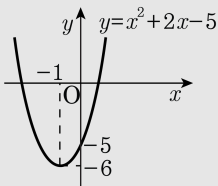
④ 7

⑤ 8

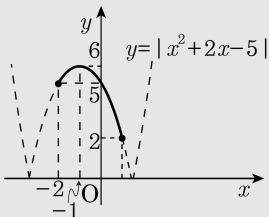
### 해설

$y = x^2 + 2x - 5 = (x + 1)^2 - 6$  이므로

$y = x^2 + 2x - 5$  의 그래프는 아래 그림과 같다.



이 때,  $y = |x^2 + 2x - 5|$  의 그래프는 아래 그래프에서  $x$  축 윗부분은 그대로 두고,  $x$  축 아랫부분을  $x$  축에 대하여 대칭 이동한 것과 같다.



따라서  $-2 \leq x \leq 1$  에서

함수  $y = |x^2 + 2x - 5|$  의 최댓값은  $x = -1$  일 때  $y = 6$ , 최솟값은  $x = 1$  일 때  $y = 2$  이므로

최댓값과 최솟값의 합은 8 이다.

12. 이차함수  $y = -x^2 - 2kx + 4k$  의 최댓값이  $M$  일 때,  $M$  의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$  이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$  이다.

따라서  $M$  의 최솟값은 -4 이다.

13.  $2x^2 + y^2 = 8$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $4x + y^2$  의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 + y^2 = 8$  에서

$y^2 = 8 - 2x^2$  으로 놓으면

$y^2 = 8 - 2x^2 \geq 0, x^2 - 4 \leq 0$

$\therefore -2 \leq x \leq 2$

이 때,  $y^2 = 8 - 2x^2$  을  $4x + y^2$  에 대입하면

$4x + y^2 = 4x + (8 - 2x^2) = -2(x - 1)^2 + 10$

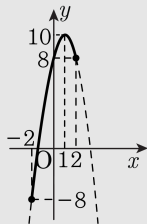
여기서  $f(x) = 4x + y^2 = -2(x - 1)^2 + 10$

이라고 하면  $-2 \leq x \leq 2$  이므로

다음 그림에서  $x = 1$  일 때

$f(x)$  의 최댓값은 10

$x = -2$  일 때  $f(x)$  의 최솟값은  $-2(-2 - 1)^2 + 10 = -8$



따라서 최댓값과 최솟값의 합은  $10 + (-8) = 2$

14.  $x, y$  가 실수일 때,  $2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6$  의 최솟값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6$$

$$= 2(x^2 - 4x) + (y^2 + 2y) + 6$$

$$= 2(x - 2)^2 + (y + 1)^2 - 3$$

$x, y$  는 실수이므로  $(x - 2)^2 \geq 0$  ,  $(y + 1)^2 \geq 0$

$$\therefore 2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6 \geq -3$$

따라서,  $x = 2, y = -1$  일 때 최솟값은 -3 이다.

15.  $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x$  의 최댓값은?

①  $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④  $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을  $y$  에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을  $y$  에 대한 이차방정식으로 보면  $y$  가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서  $x$  의 최댓값은  $\frac{2}{3}$  이다.