

1. 원점에서의 거리가 1 이고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선은

$y = m(x - 1) + 2$ 에서,

$mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

여기서 $(0, 0)$ 에 이르는 거리가 1 이므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=1, |m-2|=\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$

$\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$$

2. 두 직선 $3x + 4y = 24$ 와 $3x + 4y = 4$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

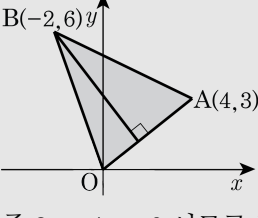
$3x + 4y = 24$ 의 점 $(0, 6)$

$$\frac{|0 \times 3 + 6 \times 4 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

3. 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(-2, 6)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 넓이는?
- ① 9 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이고 직선 OA 의
방정식은 $y = \frac{3}{4}x$



즉 $3x - 4y = 0$ 이므로 점 $B(-2, 6)$ 과
직선 OA 사이의 거리는

$$\frac{|3 \times (-2) - 4 \times 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 $\triangle OAB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$

4. 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서 직선 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 같을 때,
 $\frac{2a-b}{a+b}$ 의 값은 ? (단, $ab < 0$)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서
직선 $2x - y = 0$
까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|0 - b|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$|2a| = |-b|, ab < 0$ 이므로

$$2a = -b, \therefore b = -2a$$

$$\text{따라서, } \frac{2a-b}{a+b} = \frac{2a+2a}{a-2a} = \frac{4a}{-a} = -4$$

5. 좌표평면에서 원점과 직선 $x+y-2+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 실수)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

준식을 변형하면 $(1+k)x+(1-k)y-2=0$ 이므로

$$f(k) = \frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$$

따라서, $k=0$ 일 때 $f(k)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$