1. y 절편이 2 이고 직선 $3x-y+1=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{3}x-1$ ② $y=\frac{1}{3}x-2$ ③ $y=-3x+2$

④ $y=3x+2$ ⑤ $y=-\frac{1}{3}x+2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을
$y=mx+2$ 이라 하면,
직선 $3x-y+1=0$ 에 수직이므로,

$3\cdot m=-1, \quad \therefore m=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x+2$

2. 직선 $x+ay-1=0$이 직선 $3x+by+1=0$과 수직이고, 직선 $x-(b+3)y+1=0$과 평행일 때, a^2+b^2의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$x+ay-1=0\cdots\cdots$㉠,
$3x+bx+1=0\cdots\cdots$㉡
$x-(b-3)y+1=0\cdots\cdots$㉢
㉠⊥㉡ : $1\cdot 3+a\cdot b=0$에서 $ab=-3$
㉠ // ㉢ : $\frac{1}{1}=\frac{-(b+3)}{a}\neq\frac{1}{-1}$에서 $a+b=-3$
$\therefore\ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=(-3)^2-2\cdot(-3)=15$

3. 두 점 A$(-5,\ -8)$, B$(3,\ -2)$ 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 P$(x,\ y)$ 라 하면,

$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$

$= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$

$= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 M$(-1,\ -5)$ 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 5$

$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{19}{3}$

$\therefore a - b = -\frac{4}{3} + \frac{19}{3} = \frac{15}{3} = 5$

4. 두 직선 $x+y+4=0,\ 2x-y-1=0$의 교점의 좌표는?

① $(1,\ 3)$ ② $(1,\ -3)$ ③ $(-1,\ 3)$

④ $(-1,\ -3)$ ⑤ $(-3,\ 1)$

해설

두 직선의 방정식으로 이루어진 연립방정식의 해를 좌표로 갖는 점이 두 직선의 교점이다.
두 직선 $x+y+4=0 \cdots$㉠, $2x-y-1=0 \cdots$㉡을 연립하여 풀면 $x=-1,\ y=-3$
따라서 교점의 좌표는 $(-1,\ -3)$ 이다.

5. 다음은 두 직선 $x+y-2=0, mx-y+m+1=0$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x+y-2=0 \cdots\cdots ㉠$
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots ㉡$
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-($ ① $)=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점 ② 을 지난다.
(i) ㉡이 점 $(0,2)$를 지날 때, $m=$ ③
(ii) ㉡이 점 $(2,0)$를 지날 때, $m=$ ④
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 ⑤

① $y-1$ ② $(-1,1)$ ③ 1
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$

해설

$x+y-2=0 \cdots\cdots ㉠$
$mx-y+m+1=0 \cdots\cdots ㉡$
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-($ $y-1$ $)=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점 $(-1,\ 1)$을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) ㉡이 점 $(0,\ 2)$를 지날 때, $m=$ 1
(ii) ㉡이 점 $(2,\ 0)$를 지날 때, $m=$ $-\frac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $-\frac{1}{3} < m < 1$

6. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

① 제 1사분면

② 제 1사분면 또는 제 2사분면

③ 제 2사분면

④ 제 3사분면

⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
$(3x-y)a - 3x + 2y - 1 = 0$
따라서, $3x - y = 0$, $-3x + 2y - 1 = 0$ 에서
$x = \frac{1}{3}$, $y = 1$
주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

7. 점 $(2,\ 1)$와 직선 $y = 2x + 2$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 2 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$y = 2x + 2$ 에서 $2x - y + 2 = 0$

$\therefore$ 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 2 - 1 \times 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

8. 평행한 두 직선 $3x-5y+2=0$, $3x-5y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$ ③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$
④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x-5y+2=0$ 위의 점 $\left(0,\ \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x-5y-1=0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3\cdot 0-5\cdot\frac{2}{5}-1\right|}{\sqrt{9+25}}=\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 두 점 A(−1, 2), B(3, 0)으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x = 1$　② $y = 1$　③ $y = x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$　⑤ $y = 2x - 1$

해설

P(x, y)라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$이므로

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + y^2$

$\therefore y = 2x - 1$