

1. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{3}x - 1$

② $y = \frac{1}{3}x - 2$

③ $y = -3x + 2$

④ $y = 3x + 2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y = mx + 2$ 이라 하면,

직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,

$$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$$

2. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠},$$

$$3x + bx + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} \perp \textcircled{㉡} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{에서 } ab = -3$$

$$\textcircled{㉠} \parallel \textcircled{㉢} : \frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{에서 } a + b = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

3. 두 점 A(-5, -8), B(3, -2) 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면,

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$$

$$= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$$

$$= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 $M(-1, -5)$ 를 지나고

$\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 5$$

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{19}{3}$$

$$\therefore a - b = -\frac{4}{3} + \frac{19}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

4. 두 직선 $x + y + 4 = 0$, $2x - y - 1 = 0$ 의 교점의 좌표는?

① $(1, 3)$

② $(1, -3)$

③ $(-1, 3)$

④ $(-1, -3)$

⑤ $(-3, 1)$

해설

두 직선의 방정식으로 이루어진 연립방정식의 해를 좌표로 갖는 점이 두 직선의 교점이다.

두 직선 $x + y + 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$, $2x - y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = -1$, $y = -3$

따라서 교점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

5. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (\textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{㉡}$ 을 지난다.

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉢}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉣}$

따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{㉤}$

① $y - 1$

② $(-1, 1)$

③ 1

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (y-1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{1}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{-\frac{1}{3}}$

(i), (ii)에서 $\textcircled{-\frac{1}{3} < m < 1}$

6. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

- ① 제 1사분면
- ② 제 1사분면 또는 제 2사분면
- ③ 제 2사분면
- ④ 제 3사분면
- ⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(3x - y)a - 3x + 2y - 1 = 0$$

따라서, $3x - y = 0$, $-3x + 2y - 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{1}{3}, y = 1$$

주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

7. 점 (2, 1)와 직선 $y = 2x + 2$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{5}$

② $\sqrt{6}$

③ 2

④ $\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$y = 2x + 2 \text{ 에서 } 2x - y + 2 = 0$$

$\therefore$ 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 2 - 1 \times 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

8. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{\left| 3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1 \right|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x = 1$

② $y = 1$

③ $y = x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = (x - 3)^2 + y^2$$

$$\therefore y = 2x - 1$$