

1. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab, B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
- ㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
- ㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$A = 2a^2 - 4ab = 2a(a - 2b)$
 $B = a^2b - 2a = a(ab - 2)$
㉡ B 의 인수는 $a(ab - 2)$ 도 포함한다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

2. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2)-3=A^2+2A-3$$

$$=(A-1)(A+3)$$

$$=(x+y-1)(x+y+3)$$

3. $ax^2+24x+b=(3x+c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x+c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

4. 다음 인수분해 과정에서 이용된 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

$$x^2 - 4y^2 + 4y - 1 = x^2 - (4y^2 - 4y + 1) = x^2 - (2y - 1)^2 = (x + 2y - 1)(x - 2y + 1)$$

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4y^2 + 4y - 1 \\ &= x^2 - (4y^2 - 4y + 1) \\ &= x^2 - (2y - 1)^2 \cdots [a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2] \\ &= (x + 2y - 1)(x - 2y + 1) \cdots [a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \end{aligned}$$

5. $0 < x < 7$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ 를 간단히 하면?

① $-2x + 3$

② $2x + 1$

③ $-2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $-3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \\ &= \sqrt{(x - 8)^2} - \sqrt{(x + 5)^2} \\ &= |x - 8| - |x + 5| \\ &= -x + 8 - x - 5 = -2x + 3 \end{aligned}$$

6. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 16$

② $x^2 + 8x + 16$

③ $x^2 + x - 12$

④ $2x^2 + 9x + 4$

⑤ $x^2 - 8x + 16$

해설

① $(x + 4)(x - 4)$

② $(x + 4)^2$

③ $(x - 3)(x + 4)$

④ $(2x + 1)(x + 4)$

⑤ $(x - 4)^2$

따라서 나머지는 모두 $(x+4)$ 의 인수를 갖지만 ⑤는 갖지 않는다.

7. 다음 식에서 $\square$ 안에 들어갈 두 수의 차를 구하여라.

$$(3x + 4)(\square x - 5) = 6x^2 - \square x - 20$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(3x + 4)(2x - 5) = 6x^2 - 7x - 20$$

$$\therefore 7 - 2 = 5$$

8. $(x+1)^2 - 5(x+1) + 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$
③ $(x-1)(x+2)$ ④ $(x+1)(x-2)$
⑤ $-(x-1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &= t \text{로 치환하면} \\t^2 - 5t + 6 &= (t-2)(t-3) \\&= (x+1-2)(x+1-3) \\&= (x-1)(x-2)\end{aligned}$$

9. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y - 15$ 를 인수분해하면?

① $(x - 2y + 3)(x - 2y - 5)$

② $(x + 2y + 3)(x + 2y - 5)$

③ $(x - 2y - 3)(x + 2y + 5)$

④ $(x + 2y + 3)(x + 2y + 5)$

⑤ $(x - 2y - 3)(x - 2y + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4xy + 4y^2) + 2x - 4y - 15 \\ &= (x - 2y)^2 + 2(x - 2y) - 15 \\ &= A^2 + 2A - 15 = (A - 3)(A + 5) \\ &= (x - 2y - 3)(x - 2y + 5) \end{aligned}$$

10. 다음 다항식 $a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1$ 을 인수분해하면?

① $(a + b - c - 1)(a - b - c + 1)$

② $(a - b + c + 1)(a - b - c + 1)$

③ $(a + b + c + 1)(a - b - c + 1)$

④ $(a + b - c + 1)(a - b + c + 1)$

⑤ $(a + b - c - 1)(a - b + c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 - (b^2 - 2bc + c^2) \\ &= (a + 1)^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + 1 + b - c)(a + 1 - b + c) \\ &= (a + b - c + 1)(a - b + c + 1) \end{aligned}$$

11. $x = \frac{-1}{\sqrt{3}-2}$, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}+2}$ 일 때, $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-8\sqrt{3}$

② $-4\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $1+2\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-1}{\sqrt{3}-2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}+2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \frac{-1}{\sqrt{3}+2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}-2\end{aligned}$$

따라서 $x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=4$, $xy=-1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

12. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.(단, $D > 0$)

보기

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$ 이므로
 $\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$
 $A = B^2$ 이므로 $A = \frac{1}{9}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$ 이므로
 $D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$
따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30
그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

13. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

14. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

16. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

17. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab, B = b + c + bc, C = c + a + ca$ 이고, $A + B + C = 33, A - B + C = -1, A + B - C = 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 8$

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \cdots \textcircled{㉠} \\ A - B + C = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \\ A + B - C = 11 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2B = 34$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2C = 22$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2A = 10$$

$$\therefore A = 5, B = 17, C = 11 \text{ 이므로}$$

$$5 = a + b + ab \text{ 에서 } (a + 1)(b + 1) = 6$$

$$17 = b + c + bc \text{ 에서 } (b + 1)(c + 1) = 18$$

$$11 = c + a + ca \text{ 에서 } (c + 1)(a + 1) = 12$$

세 식을 모두 곱하면

$$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$$

$$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$$

$$c + 1 = 6, c = 5$$

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

18. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

19. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$

② $2x - xy$

③ $2x + xy$
- ④ $2y - xy$

⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

20. $a + b = 2, ab = -8$ 일 때, $a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -176

해설

$$\begin{aligned} & a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3 \\ &= ab(a^2 + a + b + b^2) \\ &= ab\{(a + b)^2 - 2ab + a + b\} \\ &= (-8) \times \{2 - 2 \times (-8) + 2\} \\ &= (-8) \times (4 + 16 + 2) \\ &= -176 \end{aligned}$$