

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$ 이므로

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

2. 다음 규칙에 따라 전광판은 불이 들어온다고 한다. 불이 켜진 전광판이 나타내는 숫자를 구하여라.

[규칙]

불이 들어오는 자리는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하지 않는 부분집합이다.

{1, 4}	{3, 4}	{1, 2, 4}
{1, 3, 4}	{1, 4, 6}	{1, 2, 4, 5}
{1, 4, 5}	{1, 2, 3, 4}	{1, 3, 4, 5}
{2, 3, 4, 6}	{1, 2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5}

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고 6을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{1, 4\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다. 다음 그림과 같이 전광판에 나타나는 숫자는 4이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이고, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

① 4

② 5

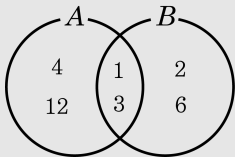
③ 13

④ 16

⑤ 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 6\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, A \cap B = \{1, 3\}$$



$$\therefore A = \{1, 3, 4, 12\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은 $1 + 3 + 4 + 12 = 20$

4. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{2, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B - A = \emptyset$

② $A^C \cup B = U$

③ $B \cap A^C = \emptyset$

④ $A \cap B = B$

⑤ $A \cup B = A$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 8\}$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

따라서 ② $A^C \cup B \neq U$ 이다.

5. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉤ 50에 가까운 수의 모임
- ㉥ 유명한 축구 선수의 모임

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉥ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

6. 집합 $A = \{(x, y) | ax - by = 12\}$ 에 대하여 $(6, 2) \in A$, $(-3, -2) \in A$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 12

② 16

③ 20

④ 26

⑤ 30

해설

$(6, 2) \in A$ 이므로 $x = 6, y = 2$

$$6a - 2b = 12, 3a - b = 6 \cdots \textcircled{㉠}$$

$(-3, -2) \in A$ 이므로 $x = -3, y = -2$

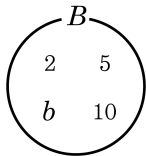
$$-3a + 2b = 12 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면 $b = 18$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 3a - 18 = 6 \therefore a = 8$$

$$\therefore a + b = 26$$

7. 두 집합 $A = \{2, a, 8, 10\}$, B 에 대하여 $A = B$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$A = B$ 이므로

$$\{2, a, 8, 10\} = \{2, 5, b, 10\}$$

$$a = 5, b = 8$$

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

8. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 $\{a, d\} \cap A \neq \emptyset$ 을 만족하는 집합 A 의 개수는?

① 4개

② 8개

③ 16개

④ 24개

⑤ 32개

해설

$\{a, d\} \cap A \neq \emptyset$ 을 만족하는 집합 A 의 개수 = $n(U) - n(a \text{와 } d \text{를 모두 원소로 가지지 않는 } A) = 2^5 - 2^{5-2} = 32 - 8 = 24$

<주의> $\{a, d\} \cap A \neq \emptyset$ 을 만족하는 집합 $A \neq a \text{와 } d \text{를 모두 원소로 가지는 } A$

9. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X$

$A \cap B = \{2, 4, 6\}$

$\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$

X 는 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 6을 포함하는 집합이다.

집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음을 간단히 하여라.
 $[(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)]$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

$$\begin{aligned} & [(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)] \\ &= [(A - B) \cap (B \cap A)^c] \cup [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= [(A - B) - (A \cap B)] \cup [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A - B) \cup A = A \end{aligned}$$

11. 1부터 100까지의 자연수 중에서 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_4 \cup A_5)$ 의 원소의 개수는?

- ① 30개 ② 31개 ③ 32개 ④ 33개 ⑤ 34개

해설

$$\begin{aligned} & A_2 \cap (A_4 \cup A_5) \\ &= (A_2 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_5) \\ &= A_4 \cup A_{10} \\ &\therefore n(A_4 \cup A_{10}) \\ &= n(A_4) + n(A_{10}) - n(A_4 \cap A_{10}) \\ &= n(A_4) + n(A_{10}) - n(A_{20}) \\ &= 25 + 10 - 5 = 30 \end{aligned}$$

12. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 7\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 2\}$

③ $\{1, 6\}$

④ $\{1, 2, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로

$$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\}$$

$$= \{1, 2, 5, 6\} \text{ 이다.}$$

13. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 9, 15, 21\}$, $B = \{12, 15, 18, 21\}$ 에 대하여 연산 $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 로 정의할 때, $(A \Delta B) \Delta B^c$ 을 나타낸 것은?

① $\{3, 6, 12\}$

② $\{3, 12, 18\}$

③ $\{3, 15, 21\}$

④ $\{6, 12, 18\}$

⑤ $\{6, 12, 15, 18\}$

해설

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{3, 9, 12, 15, 18, 21\} - \{15, 21\} \\ &= \{3, 9, 12, 18\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A \Delta B) \Delta B^c &= \{3, 9, 12, 18\} \Delta \{3, 6, 9\} \\ &= \{3, 6, 9, 12, 18\} - \{3, 9\} \\ &= \{6, 12, 18\} \end{aligned}$$

14. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

15. 네 조건 $p : x > 0$, $q : y > 0$, $r : x < 0$, $s : y < 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 조건 $xy > 0$ 을 만족하는 집합은?

① $(P \cap Q) \cup (R^c \cap S^c)$

② $(P \cap Q) \cap (R \cap S)$

③ $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

④ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)$

⑤ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)^c$

해설

$p : x > 0$, $q : y > 0$, $r : x < 0$, $s : y < 0$ 일 때

$xy > 0 \Leftrightarrow (x > 0, y > 0)$ 또는 $(x < 0, y < 0)$

따라서, 주어진 조건을 만족하는 집합은

$$(P \cap Q) \cup (R \cap S)$$

16. 다음 <보기>의 명제 중 참인 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 < 1$ 이면 $x < 1$ 이다.

㉡ $x \neq 1$ 이면 $x^2 \neq 1$ 이다.

㉢ a, b 가 무리수일 때, $a + b$, ab 중 적어도 하나는 무리수이다.

㉣ ab 가 유리수이면 $a + b$ 도 유리수이다.

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

㉠ $x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$ $P = \{x | -1 < x < 1\}$, $Q = \{x | x < 1\}$
라 할 때, $P \subset Q$ 이므로 참

㉡ 반례 : $x = -1$ 일 때, 거짓

㉢ 반례 : $a = \sqrt{2}$ $b = -\sqrt{2}$ 일 때, $a + b = 0$, $ab = -2$ 이므로
거짓

㉣ 반례 : $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $ab = 1$ (유리수),
 $a + b = 2\sqrt{3}$ (무리수) 이므로 거짓

17. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \phi$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$$\sim p \rightarrow \sim q \Rightarrow P^c \subset Q^c \Rightarrow Q \subset P$$

18. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

19. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p: -1 < x < 4$, $q: a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

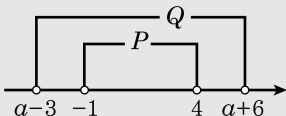
④ 6

⑤ 8

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$

$Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$



이때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 위 수직선에서 $a-3 \leq -1$ 이고 $a+6 \geq 4$ 이다.

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

따라서, a 의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

20. 다음 명제 중 그 대우가 참인 것을 모두 고르면?

- ① 마름모이면 정사각형이다.
- ② $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ③ $A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다
- ④ $ab = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.
- ⑤ $x - 1 = 0$ 이면 $x^2 - 1 = 0$ 이다.

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이므로 참인 명제를 고르면 된다.

- ① (반례) $\square ABCD$ 에서 네 변의 길이가 같고 $\angle A = \angle C = 100^\circ$, $\angle B = \angle D = 80^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 는 마름모이지만 정사각형이 아니므로 거짓이다.
- ② (반례) $a = -3, b = 1$ 일 때, $a < b$ 이지만 $|a| > |b|$ 이므로 거짓이다.
- ④ (반례) $a = 0, b = 1$ 일 때, $ab = 0$ 이지만 $a^2 + b^2 \neq 0$ 이므로 거짓이다.

21. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 는 각각 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset R$

③ $P^c \subset R^c$

④ $P \subset Q^c$

⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$

$r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$

또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.

$\therefore P^c \subset R^c$

따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

22. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
빈 칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

주어진 명제의 (가)을(를) 구하여 보면

(가): ' n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.'

이 때, n 이 홀수이므로

$n =$ (나) (k 는 0 또는 자연수)

이 때, $n^2 =$ (나) $^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$

여기에서 $2(2k^2 + 2k)$ 는 (다)이므로 n^2 은 홀수이다.

$\therefore$ (가)가(이) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

① 역, $2k + 1$, 0 또는 짝수

② 이, $2k - 1$, 홀수

③ 대우, $2k + 1$, 0 또는 짝수

④ 대우, $2k - 1$, 0 또는 홀수

⑤ 역, $2k + 1$, 0 또는 홀수

해설

주어진 증명과정은 '명제가 참이면 그 대우도 참이다'라는 성질을 이용한 것이므로

$\therefore$ (가): 대우

n 이 홀수이므로 $\therefore$ (나): $2k + 1$

$2(2k^2 + 2k)$ 는 $2 \times$ (정수)의 형태이므로

$\therefore$ (다): 0 또는 짝수

23. 다음 명제 중 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것은? (a, b, x, y 는 실수)

① $p : a > 3, q : a^2 > 9$

② $p : x$ 는 3 의 배수, $q : x$ 는 6 의 배수

③ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$

⑤ $p : a < b, q : |a| < |b|$

해설

$q \Rightarrow p$ 즉 $Q \subset P$ 인 것을 고른다.

② $q : x$ 는 6 의 배수 $\Rightarrow p : x$ 는 3 의 배수 (참)

24. 다음 보기 중 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것을 모두 고르면? (단, a, b 는 실수)

㉠ $a^2 + b^2 = 0$

㉡ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$

㉢ $ab \neq 0$

㉣ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$

㉤ $a^2 + b^2 > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉤

해설

$a^2 + b^2 \neq 0$ 은 a, b 중 적어도 하나는 0이 아니므로 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.

㉠ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.

㉢ $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.

㉣ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$ 이면 a, b 둘 중에 하나는 0이 아니다.

㉤ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다. 따라서 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것은 ㉡, ㉤이다.

25. 두 조건 $p: -5 \leq x < 6$, $q: 2a - 3 < x \leq a + 2$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : $a = 5$ 개

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면

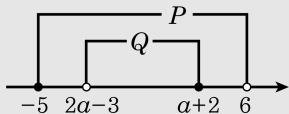
$$P = \{x \mid -5 \leq x < 6\},$$

$$Q = \{x \mid 2a - 3 < x \leq a + 2\}$$

이때, p 가 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$

$$\therefore Q \subset P$$

따라서, 다음 수직선에서



$$2a - 3 \geq -5 \text{ 이고 } a + 2 < 6$$

$$2a \geq -2 \text{ 이고 } a < 4$$

$$\therefore -1 \leq a < 4$$

따라서, 정수 a 는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

26. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.



답 :

조건



정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$

q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$

q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$

r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$

$s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$

그러나 $p \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 s 이기 위한 필요조건이다.

27. 두 집합 $A = \{x|1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x|3 < x < 7\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 를 $X = \{x|p \leq x \leq q\}$ 라 할 때, q 의 최솟값과 최댓값을 차례대로 쓰면?

① 1, 3

② 1, 5

③ 1, 7

④ 3, 5

⑤ 3, 7

해설

조건에서 $X \subset A$, $(A - B) \subset X$ 즉, $\{x|1 \leq x \leq 3\} \subset X \subset \{x|1 \leq x \leq 5\}$

$X = \{x|p \leq x \leq q\}$ 에서 $p = 1$, $3 \leq q \leq 5$

28. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32, $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50이다.

집합 A 의 원소의 합이

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,

$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로

집합 B 의 원소의 합은

$a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$

$32 + 6b = 50$ 이므로 $b = 3$ 이 된다.

교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합 A 와 B 의 원소이므로 각각 3을 더한 7, 10, 12도 집합 B 의 원소가 된다.

또 집합 B 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.

$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

29. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

30. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = \{7, 11\}$

② $A \cap B^c = \{2\}$

③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$

④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$$

$$A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$$

$$\textcircled{2} \quad A \cap B^c = A - B = \{2\}$$

$$\textcircled{3} \quad A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$$

$$\textcircled{4} \quad A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$$

$$\textcircled{5} \quad A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$$

31. A, B, C 세 사람이 각각 빨강, 파랑, 검정색의 모자를 쓰고 있다. 이 세 사람 중 A 는 항상 참만을 말하고 C 는 항상 거짓만을 말한다고 한다. 이 세 사람이 다음과 같이 말했다.

- ㉠ 빨강 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.
 ㉡ 검정 모자를 쓴 사람 : 자신이 B 이다.
 ㉢ 파랑 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 A 이다.

위의 진술로부터 이끌어 낼 수 있는 사실이 아닌 것은?

- ① 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.
 ② 빨강 모자를 쓴 사람은 A 이다.
 ③ 파랑 모자를 쓴 사람은 참말을 했다.
 ④ 파랑 모자를 쓴 사람은 C 가 아니다.
 ⑤ 검정 모자를 쓴 사람은 A 가 아니다.

해설

세 진술은 검정 모자를 쓴 사람을 모두 다르게 말했으므로 어느 하나만 참이다. A는 항상 참만을 말하므로 참말은 A가 했고, B, C는 거짓말을 했다. 만약 A가 검정 모자를 썼다면 ㉢의 말, 즉 파랑 모자를 쓴 사람이 참말을 했으므로 모순이다. 만일 B가 검정 모자를 썼다면 ㉡의 말, 즉 B가 참말을 했으므로 모순이다. 따라서 C가 검정 모자를 썼고, 그 말을 한 빨강 모자를 쓴 사람은 참말을 했으므로, A는 빨강 모자를 썼다. 따라서 파랑 모자를 쓴 사람은 B이다. 그러므로 파랑 모자를 쓴 사람, 즉 B는 거짓말을 했다.

32. 전체 집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대해 $A \subset C$ 일 때, 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\textcircled{㉠} A \subset (B \cap C)$$

$$\textcircled{㉡} (B \cup C)^c \subset A^c$$

$$\textcircled{㉢} (A - B) \subset B^c$$

① $\textcircled{㉠}$

② $\textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉢} \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$

④ $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$

⑤ $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$

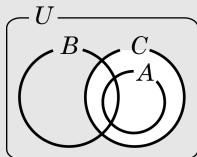
해설

$$A \subset C \Rightarrow A \cap C = A$$

$$\textcircled{㉠} A \subset C \text{ 이므로 } A \supset (B \cap C)$$

$$\textcircled{㉡} A \subset (B \cup C) \leftrightarrow A^c \supset (B \cup C)^c \text{ (참)}$$

$$\textcircled{㉢} (A - B) \cap B = \emptyset \Rightarrow (A - B) \subset B^c \text{ (참)}$$



33. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8 개

해설

$$P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{4, 7, 10, 13, 16\}$$

$$A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$$

$A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

34. 집합 X, Y 에 대하여 $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 라 하자. 집합 A, B, C 가 $n(A \cup B \cup C) = 90, n(A \Delta B) = 40, n(B \Delta C) = 36, n(C \Delta A) = 58$ 일 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하면?

① 15

② 17

③ 21

④ 23

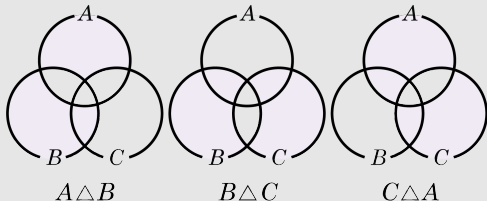
⑤ 25

해설

다음 벤 다이어그램에서 $n(A \Delta B) + n(B \Delta C) + n(C \Delta A) = 2 \times \{n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C)\}$

$$\therefore 40 + 36 + 58 = 2 \times \{90 - n(A \cap B \cap C)\}$$

$$\therefore n(A \cap B \cap C) = 23$$



35. 전체 50 명인 학급에서 감기에 걸리지 않은 남학생 수는 10 명, 감기에 걸린 남학생 수는 a 명, 감기에 걸린 여학생 수는 b 이다. 남학생과 여학생의 비율이 $3 : 2$ 일 때, 감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 최대 몇 명인지 구하여라.



답 :

명



정답 : 20명

해설

남학생의 집합을 A , 여학생의 집합을 B , 감기에 걸린 학생의 집합을 C , 감기에 걸리지 않은 학생의 집합을 D 라 두고 표를 그려 보면,

감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 $(40 - a - b)$ 명이고,

$2 \times (10 + a) = 3 \times (40 - a)$ 이다. $\rightarrow a = 20$

$\therefore$ 감기에 걸리지 않은 여학생의 수 = $40 - 20 - b$ 이므로, 최대 20 명이다.