

1. 좌표평면 위에 직선 $l : 2y + x - 7 = 0$ 과 직선 $m : (a + 1)x - (a + 2)y + a + 3 = 0$ 이 있다. 직선 m 위의 점 중에서 a 의 값에 관계없이 직선 l 위에는 있을 수 있는 점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : (1, 2)

해설

$(a+1)x - (a+2)y + a + 3 = 0$ 는 정리하면 $a(x-y+1) + (x-2y+3) = 0$ 이다.

따라서 직선 m 은 a 의 값에 관계없이

$x - y + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$ 과 $x - 2y + 3 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 의 교점을 지난다.

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 1$, $y = 2$ 이므로

교점의 좌표는 (1, 2) 이다.

따라서 직선 m 위의 점 중에서 a 의 값에 관계없이 직선 l 위에는 있을 수 있는 점의 좌표는

(1, 2) 이다.

2. 두 직선 $y = ax - 4$, $y = -x + b$ 가 점 (3, 2) 에서 만날 때, 기울기가 ab 이고, y 절편이 $a + b$ 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 7$

② $y = 7x + 10$

③ $y = 7x + 3$

④ $y = 10x + 7$

⑤ $y = -10x + 7$

해설

$y = ax - 4$ 가 점 (3, 2) 를 지나므로 $2 = 3a - 4$, $3a = 6 \therefore a = 2$

$y = -x + b$ 가 점 (3, 2) 를 지나므로 $2 = -3 + b \therefore b = 5$

$ab = 10$, $a + b = 7$

$\therefore y = 10x + 7$

3. 두 직선 $y = x + b$, $y = ax + 6$ 이 한 점 (2, 4) 에서 만날 때, a , b 의 값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x = 2$, $y = 4$ 를 $y = x + b$ 에 대입하면 $4 = 2 + b$ 이므로 $b = 2$ 이고

$y = ax + 6$ 에 대입하면 $4 = 2 \times a + 6$ 이므로 $a = -1$ 이다.

4. 두 직선 $2x - y + 4 = 0$, $3x + ay + 5 = 0$ 의 교점이 제3 사분면 위에 있도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ 3x + ay + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 4 & \cdots \textcircled{1} \\ y = -\frac{3}{a}x - \frac{5}{a} & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을}$$

연립하여 풀면

$$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3}, y = \frac{2}{2a + 3}$$

교점의 좌표가 제3 사분면에 있어야 하므로

$$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0, y = \frac{2}{2a + 3} < 0$$

$$\frac{2}{2a + 3} < 0 \text{에서 } 2a + 3 < 0$$

$$\therefore a < -\frac{3}{2} \cdots \textcircled{A}$$

$$\frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0 \text{에서 } -4a - 5 > 0$$

$$\therefore a < -\frac{5}{4} \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } a < -\frac{3}{2}$$