1. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $y = -1$ ② $y = 2x$ ③ $y = -\frac{5}{2}x + 8$

④ $y = -\frac{1}{x}$ ⑤ $y = x^2 - 1$

해설

함수 $y = f(x)$ 에서 y 가 x 에 관한 일차식 $y = ax + b$ (a, b 는 상수, $a \neq 0$) 의 꼴로 나타내어질 때, 이 함수 f 를 일차함수라 한다.

2. 다음은 일차함수 $y = ax\ (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a > 0$ 이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

② a 의 값에 관계없이 항상 원점을 지난다.

③ x 값의 증가량에 대한 y 값의 증가량의 비율은 a 이다.

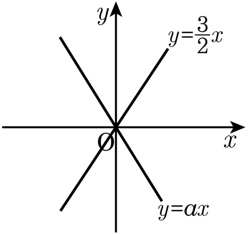
④ 점 $(2, 2)$ 를 지난다.

⑤ $a < 0$ 이면 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

해설

④ $y = ax$ 에서 $a = 1$ 이라면 $(2, 2)$ 를 지난다.

3. 일차함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?



① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{8}{5}$ ③ $-\frac{1}{2}$

④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax$ 의 그래프는 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 함수인 것을 알 수 있다.

따라서 기울기 $a < 0$ 이 되어야 한다.

또한 $y = \frac{3}{2}x$ 보다 y 축에 가깝게 있으므로 기울기의 절댓값이 $\frac{3}{2}$ 보다 커야한다.

조건을 만족하는 a 의 값은 $-\frac{8}{5}$ 이다.

4. 다음 일차함수의 그래프 중 x절편과 y절편이 같은 것은?

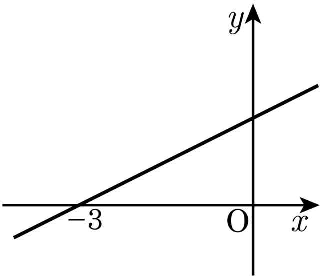
① $y=3x+3$　② $y=x-3$　③ $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

④ $y=-\frac{1}{2}x+2$　⑤ $y=-x+2$

해설

x절편이 2, y절편이 2

5. 일차 방정식 $y = \frac{1}{2}x + a$ 의 그래프가 다음과 같을 때 y 절편은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

그래프에 주어진 점 $(-3,\ 0)$ 을 대입하면

$\frac{1}{2} \times (-3) + a = 0$

$\therefore\ a = \frac{3}{2}$

따라서 y 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

6. 길이가 30cm 인 용수철저울이 있다. 이 저울에 물건을 달았을 때, 용수철저울의 길이가 60cm 가 될 때까지는 무게가 6g 늘 때마다 길이가 3cm 씩 늘어난다. xg 의 물건을 매달 때의 용수철저울의 길이를 $y$cm 라 할 때, x, y 사이의 관계식을 구하면?

① $y = 0.5x + 30$　② $y = x + 30$　③ $y = 3x + 30$

④ $y = 0.5x + 60$　⑤ $y = 3x + 60$

해설

용수철의 길이 : $y$cm

xg 일 때 늘어난 길이 : $3 \div 6 = 0.5(\text{cm})$, $0.5x$

$\therefore\ y = 0.5x + 30$ 이다.

7. 철이와 순이가 달리기 시합을 한다. 순이가 3km 앞에서 출발을 하였다. 이때, 철이는 1분에 0.6km , 순이는 1분에 0.1km 의 일정한 속력으로 달린다. x분 후의 두 사람 사이의 거리를 $y$km 라 할 때, 두 사람이 만나게 되는 것은 몇 분 후인가?

① 5 분 후 ② 6 분 후 ③ 7 분 후

④ 8 분 후 ⑤ 9 분 후

해설

순이와 철이가 달릴 때 매분마다
0.5km 씩 거리가 좁혀지므로, 관계식은
$y = 3 - 0.5x$ 으로 $y = 0$ 을 대입하면
$0 = 3 - 0.5x$
$\therefore x = 6$

8. 일차함수 $y = ax + 3$의 그래프는 일차함수 $y = -3x + 1$과 평행하다고 한다. 이때, 상수 a의 값은?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 1　　⑤ 3

해설

평행하면 기울기가 같으므로 $a = -3$

9. 일차방정식 $ax+2y-4=0$의 그래프가 두 점 $(2,1)$, $(4,b)$를 지날 때, 상수 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x=2$, $y=1$을 일차방정식 $ax+2y-4=0$에 대입하면 $2a+2-4=0, a=1$이다.
$x=4$, $y=b$를 일차방정식 $x+2y-4=0$에 대입하면 $4+2b-4=0, b=0$이다.
따라서 $a+b=1$이다.

10. 일차함수의 그래프 기울기가 x 가 3 증가할 때 y 가 2 증가하고, y 절편이 2 인 일차함수의 x 절편은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

x 가 3 증가할 때 y 가 2 증가하므로 기울기는 $\frac{2}{3}$, y 절편은 2

$y = \frac{2}{3}x + 2$

x 절편 : $-\frac{2}{\frac{2}{3}} = -3$

11. 점 $(2,\ -7)$을 지나는 일차함수 $y=ax-1$의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 점 $(2,\ -2)$를 지난다. 이때 상수 $a,\ b$에 대하여 $a\times b$의 값을 구하여라.

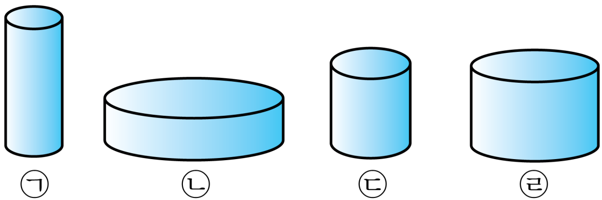
▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$y=ax-1$의 그래프가 점 $(2,\ -7)$을 지나므로, $-7=a\times 2-1$
, $a=-3$이므로 주어진 함수는 $y=-3x-1$이다.
이 함수를 y축 방향으로 b만큼 평행이동한 함수는 $y=-3x-1+b$
이고 이 그래프 위에 점 $(2,\ -2)$이 있으므로
$-2=-3\times 2-1+b$, $b=5$이다.
따라서 $a\times b=(-3)\times 5=-15$이다.

12. 다음과 같은 모양이 다른 4 개의 물통에 일정한 속도로 물을 채울 때, 시간에 대한 물의 높이의 변화량이 가장 큰 순서대로 나열하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

해설

밑면의 넓이가 넓은 물통일수록 물의 높이가 천천히 증가하므로 밑면의 넓이가 가장 좁은 ㉠이 변화량이 제일 크다.

13. 일차함수 $y = -4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 2 만큼 평행이동하였다. 이 그래프가 지나는 사분면을 제 a 사분면, 제 b 사분면, 제 c 사분면이라고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$y = -4x + 3 \rightarrow y = -4x + 3 - 2 = -4x + 1$

기울기는 음수이고 y 절편은 양수이므로

왼쪽 위를 향하는 그래프로 제 1사분면, 제 2사분면, 제 4사분면을 지난다.

$\therefore a + b + c = 1 + 2 + 4 = 7$

14. $y = 3x - 1$ 의 그래프와 평행한 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 6x + 4$ 와 $f(0)$ 의 값이 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a + b = 7$

해설

$y = 3x - 1$ 의 그래프와 평행하므로 기울기는 3 이고,
$f(0)$ 의 값이 같은 것은 $x = 0$ 일 때의 값 즉 y 절편이 같다는 것이므로 y 절편은 4 이다.
따라서 $a = 3,\ b = 4,\ a + b = 7$ 이다.

15. 직선의 방정식 $6x-3y+5=0$ 의 그래프와 평행한 일차함수 $y=ax+b$ 가 $f(-4)=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$6x-3y+5=0$ 을 변형하면 $y=2x+\frac{5}{3}$ 이므로 이 그래프와 평행한 $y=ax+b$ 의 기울기는 2 이다. 또한 이 함수가 $f(-4)=0$ 를 만족하므로 $x=-4,\ y=0$ 을 대입하면 $0=2\times(-4)+b$, $b=8$

따라서 $a+b=2+8=10$ 이다.

16. 일차함수 $y=(a+3)x+6$ 의 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시켜서 $2x-y+8=0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나게 하려고 한다. b 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

일차함수 $y=(a+3)x+6$ 를 b 만큼 평행이동 시킨 그래프는 $y=(a+3)x+6+b$ 이고,

이 그래프가 $2x-y+8=0$ 과 y 축 위에서 만나므로 두 그래프의 y 절편이 같다.

따라서 $6+b=8$ 이므로 $b=2$ 이다.

17. 다음 방정식들의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

$$2x=0 \qquad -3y=9 \qquad 5-2x=3 \qquad \frac{2}{5}y-4=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

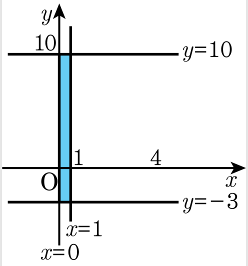
해설

$2x=0,\quad x=0\,(y$축$)$

$-3y=9,\quad y=-3$

$5-2x=3\quad,\quad x=1$

$\frac{2}{5}y=4\quad,\quad y=10$



넓이 : $1\times(3+10)=13$

18. 직선의 방정식 $x+2y=a$ 와 $bx+3y=5$ 가 점 $(2,\ 1)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

$(2,\ 1)$ 을 $x+2y=a$ 와 $bx+3y=5$ 에 대입하면

$2+2=a$

$a=4$

$2b+3=5$

$2b=2$

$b=1$

$\therefore a+b=5$

19. 두 직선 $\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=3$

해설

$$\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+3y=4 & \cdots ㉠ \\ -6x+3y=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡에서 $11x=-11$, $x=-1$, $y=3$

y 축에 수직이므로 x 축에 평행하다.

$\therefore\ y=3$

20. 일차방정식 $2x-y=0$ 의 그래프가 두 직선 $4x-y=a$, $x+2y=14-a$ 의 교점을 지날 때, 상수 a 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

세 직선

$$\begin{cases} 4x-y=a & \cdots\cdots ① \\ x+2y=14-a & \cdots\cdots ② \\ y=2x & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

가 한 점을 지나므로 ③을 ①, ②에 대입하면

$$\begin{cases} 2x=a & \cdots\cdots ④ \\ 5x=14-a & \cdots\cdots ⑤ \end{cases}$$

④ + ⑤ 하면 $7x=14$

$\therefore\ x=2$

$\therefore\ a=4$

21. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $y = 5x - 3$ 일 때, $f(-1) + f(1)$ 의 값은?

① -8　　② -6　　③ 0　　④ 6　　⑤ 10

해설

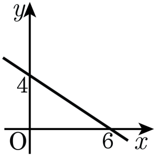
$f(-1) = -5 - 3 = -8$

$f(1) = 5 - 3 = 2$

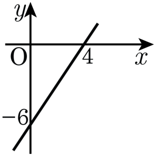
$\therefore\ f(-1) + f(1) = -6$

22. 다음 중 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 의 그래프는?

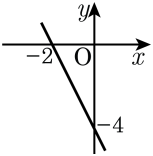
①



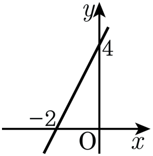
②



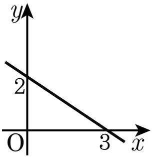
③



④



⑤



해설

기울기가 $-\frac{2}{3}$ 이고, y 절편이 4 인 그래프는 ①이다.

23. 일차함수 $y = \frac{2}{3}x + 2$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 점 $(3, 4)$를 지난다.

② 오른쪽 위를 향하는 직선이다.

③ 직선의 방정식은 $2x - 3y + 6 = 0$과 일치한다.

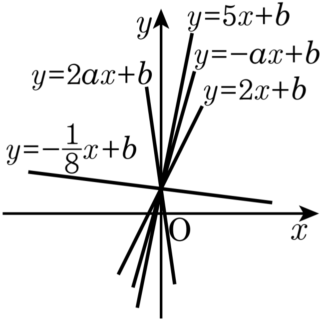
④ x절편은 3, y절편은 2이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x - 2$의 그래프와 평행한 직선이다.

해설

④ x절편은 -3이다.

24. 두 일차함수의 $y = 2ax + b$와 $y = -ax + b$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?



① 2　② $\frac{7}{3}$　③ $-\frac{9}{2}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ -2

해설

$2 < -a < 5,\ 2a < -\frac{1}{8}$이므로,

$-5 < a < -2,\ a < -\frac{1}{16}$

25. 다음은 알파벳 S 에 평행선을 그어 여러 조각으로 나누는 그림이다. 그림과 같이 선을 하나씩 그을 때마다 조각의 수는 늘어난다. 선을 5 개 그었을 때의 조각의 수를 구하면?

① 10 개　② 12 개　③ 14 개　④ 16 개　⑤ 18 개

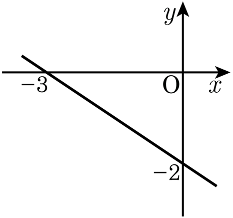
해설

선의 개수를 x , 조각의 수를 y 라 하면

$y = 4 + 3(x - 1)$, $y = 3x + 1$

따라서 $x = 5$ 를 대입하면 $y = 16$(개) 이다.

26. 일차방정식 $(a+1)x+3y+b+3=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $b-a$의 값은?



① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

ⅰ) y절편이 -2이므로 점 $(0,\ -2)$를 일차방정식 $(a+1)x+3y+b+3=0$에 대입하면

$(a+1)\times 0+3\times(-2)+b+3=0,\quad -6+b+3=0\quad \therefore\ b=3$

따라서 일차방정식 $(a+1)x+3y+b+3=0$에 $b=3$을 대입하면 $(a+1)x+3y+6=0$이다.

ⅱ) x절편이 -3이므로 점 $(-3,\ 0)$을 일차방정식 $(a+1)x+3y+6=0$에 대입하면

$(a+1)\times(-3)+3\times 0+6=0,\quad -3a-3=-6\quad \therefore\ a=1$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $a=1,\ b=3$이므로 $b-a=3-1=2$이다.

27. 다음 보기에서 일차방정식 $2x + y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 그래프는 제 $1, 2, 4$ 사분면 위에 나타난다.

㉡ 미지수가 두 개인 일차방정식이다.

㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.

㉣ 해의 개수는 유한개이다.

㉤ x 값이 -2 일 때, y 의 값은 10 이다.

㉥ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

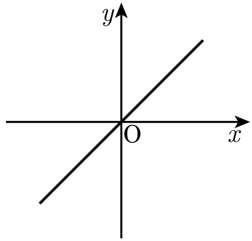
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

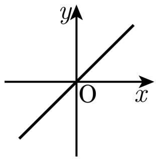
해설

㉣ 일차방정식 $2x + y = 6$은 해가 무수히 많다.

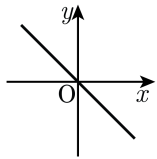
28. 일차방정식 $ax - by + c = 0$의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 $bx - cy + a = 0$의 그래프는? (단, a, b, c는 상수이다.)



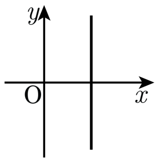
①



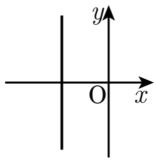
②



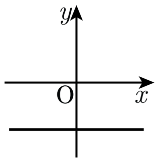
③



④



⑤

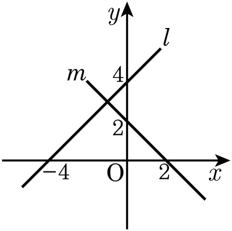


해설

i) $ax - by + c = 0$를 $y = \frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$로 변형하면, $\frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} = 0$ 이므로 $a > 0,\ b > 0$ 또는 $a < 0, b < 0,\ c = 0$이다.

ii) $bx - cy + a = 0$에서 $c = 0$이므로 $x = -\frac{a}{b} < 0$이다.

29. 다음 그림과 같이 두 직선이 한 점에서 만날 때, 두 직선의 방정식 l, m의 교점의 좌표는?



① $(-2,\ 3)$　　② $\left(-\frac{5}{2},\ \frac{3}{2}\right)$　　③ $(-1,\ 3)$

④ $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$　　⑤ $\left(-\frac{1}{2},\ 3\right)$

해설

l과 m의 방정식을 구하면

$l : y = x + 4,\ m : y = -x + 2$

l과 m의 교점을 구하면

$y = 3,\ x = -1$이다.

30. 일차함수의 두 직선 $ax+3y=x+9$, $8x+6y=a+b$의 교점이 무수히 많을 때, $a+b$의 값은?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

해설

$ax+3y=x+9$를 정리하면

$$\begin{cases}(a-1)x+3y=9 & \cdots ㉠\\ 8x+6y=a+b & \cdots ㉡\end{cases}$$

㉠, ㉡이 일치할 조건에서

$$\frac{a-1}{8}=\frac{3}{6}=\frac{9}{a+b}$$

$6(a-1)=24,\ a-1=4 \therefore a=5$

$3(a+b)=54,\ a+b=18,\ 5+b=18 \therefore b=13$

$\therefore a+b=5+13=18$

31. 일차함수 $y = mx - 1$ 의 x값의 범위와 y값의 범위가 모두 $n \le x \le 0$와 같을 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x=0$ 일 때 $y=-1$, $x=n$ 일 때 $y=mn-1$ 이므로

1) $m>0$ 일 때, $mn-1 \le y \le -1$ 이므로

$n \le x \le 0$ 와 일치할 수 없다.

2) $m<0$ 일 때, $-1 \le y \le mn-1$이므로

$n \le x \le 0$ 와 일치하려면 $n=-1$, $mn-1=0$

$\therefore\ n=-1,\ m=-1$

따라서 1), 2)에 의해 $m+n=-2$ 이다.

32. 일차함수 $y = 3x - 1$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y = ax + b$의 그래프와 겹쳐진다. 이때, $a + b$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$y = 3x - 1$의 그래프를 x축 방향으로 -5, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 식은

$y = 3(x + 5) - 1 + 2$

$\therefore\ y = 3x + 16$

$\therefore\ a + b = 3 + 16 = 19$

33. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx+1$의 두 그래프가 점 $(-3,\ 4)$에서 만난다. $y=ax+b$의 그래프가 지나는 어떤 점의 y좌표가 8일 때, 이 점의 x좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y=-\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx+1$의 두 그래프가 점 $(-3,\ 4)$를 지나므로

$4=-\frac{1}{3}\times(-3)+a,\ 4=-3b+1$

$a=3,\ b=-1$이므로 주어진 함수는

$y=3x-1$이다.

이 함수가 점 $(x',\ 8)$을 지나므로

$8=3x'-1$, $x'=3$이다.

따라서 이 점의 x좌표는 3이다.

34. 일차함수 $f(x) = 2ax + b$ 가 다음 식을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(3)-f(1)}{2} + \frac{f(4)-f(2)}{2} + \frac{f(5)-f(3)}{2} + \cdots + \frac{f(102)-f(100)}{2} = 800$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{f(3)-f(1)}{2} + \frac{f(4)-f(2)}{2} + \frac{f(5)-f(3)}{2} + \cdots + \frac{f(102)-f(100)}{2}$$

$$= \frac{f(3)-f(1)}{3-1} + \frac{f(4)-f(2)}{4-2} + \frac{f(5)-f(3)}{5-3} + \cdots + \frac{f(102)-f(100)}{102-100} = 800$$

따라서 주어진 식의 좌변은 $f(x)$ 의 기울기를 100 번 더한 것으로 $2a \times 100 = 200a = 800$ 이다.

$\therefore\ a = 4$

35. 세 점 $(0,\ a)$, $(-3,\ 0)$, $(b,\ 3)$을 지나는 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 6 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{4}$

해설

$\dfrac{0-a}{-3-0}=\dfrac{3-0}{b+3}$ 이므로 $a(b+3)=9$

삼각형의 넓이가 6 이므로

$\dfrac{1}{2}\times a\times 3=6\ (\because a>0)$

$\therefore\ a=4$

$a(b+3)=9$ 에서 $a=4$ 이면 $b=-\dfrac{3}{4}$

따라서 $a+b=\dfrac{13}{4}$ 이다.

36. 일차함수 $y = ax$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행 이동한 그래프와 일차함수 $y = x + 6a$가 x축 위에서 서로 만난다. $2a^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$y = ax$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행 이동한 그래프는 $y = ax + 3$이고

이 함수의 x절편은 $-\frac{3}{a}$이다.

그리고 $y = x + 6a$의 x절편은 $-6a$인데 두 함수의 x절편이 같으므로

$-6a = -\frac{3}{a}$

$6a^2 = 3$

$a^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore 2a^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

37. 두 일차함수 $ax + y - c = 0$, $-x + by + d = 0$ 이 수직일 때, 직선 $y = -\frac{b}{a}x + ab$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면을 구하여라.

▶ **답 :** <u>사분면</u>

▷ **정답 :** 제 3 <u>사분면</u>

해설

$ax + y - c = 0$ 에서 $y = -ax + c$

$-x + by + d = 0$ 에서 $y = \frac{1}{b}x - \frac{d}{b}$

두 그래프가 수직이므로 $-a \times \frac{1}{b} = -1$ 이다.

$\therefore\ a = b$

$y = -\frac{b}{a}x + ab,\ y = -x + a^2$ 이다.

따라서 기울기 < 0, y절편 > 0 이므로

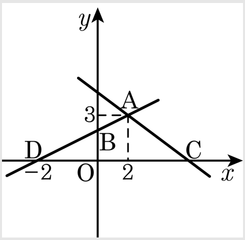
제 3 사분면은 지나지 않는다.

38. 좌표평면에서 두 직선 $y = \frac{1}{2}x + 2$와 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$의 교점을 A, 직선 $y = \frac{1}{2}x + 2$와 y축이 만나는 점을 B, 직선 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$과 x축이 만나는 점을 C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$에서

$\frac{5}{4}x = \frac{5}{2}$, $5x = 10$, $x = 2$, $y = 3$

점 A의 좌표 : $(2, 3)$

점 B의 좌표 : $(0, 2)$

점 C의 좌표 : $(6, 0)$

점 D 의 좌표 : $(-4, 0)$

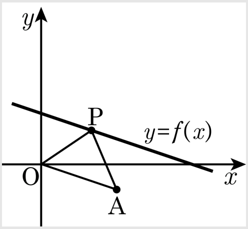
$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ADC - \triangle BDC \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 3\right) - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 2\right) \\ &= 5\end{aligned}$$

39. 좌표평면 위의 원점 O, 점 $\mathrm{A}(6,\ -2)$ 와 일차함수 $f(x)=ax+b\ (b>0)$ 의 직선 위의 한 점 P 를 꼭지점으로 하는 삼각형 OAP 의 넓이가 항상 12 일 때, 직선 $y=f(x)$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설



선분 OA 를 밑변으로 하는 삼각형이 항상 일정하려면 높이가 일정해야 하므로 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 위의 그림과 같이 선분 OA 와 평행해야 한다.

즉, 선분 OA 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $a=-\frac{1}{3}$ 이다.

또, $y=f(x)$ 의 y 절편이 b 이므로

$\triangle \mathrm{OAP}=\frac{1}{2}\times b\times 6=12\ (\because\ b>0)$

$\therefore\ b=4$

$f(x)=-\frac{1}{3}x+4$

따라서 $(12,\ 0)$ 을 지나므로 x 절편은 12 이다.

40. x의 값이 -1이상 4이하일 때, 함숫값이 -3이상 1이하인 일차함수 $y=ax+b\ (a>0)$를 고르면 ?

① $y=-\frac{3}{5}x-\frac{11}{5}$
② $y=\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}$
③ $y=\frac{4}{5}x+\frac{13}{5}$
④ $y=-\frac{3}{5}x+\frac{11}{5}$
⑤ $y=\frac{4}{5}x-\frac{11}{5}$

해설

(기울기) >0이므로 오른쪽 위를 향하는 그래프이다. 따라서 x의 값이 -1일 때, y의 최솟값인 -3을 지나고 x의 값이 4일 때 y의 최댓값인 1을 지난다.

기울기는 $\frac{1-(-3)}{4-(-1)}=\frac{4}{5}$이고, $y=ax+b$에서 $y=\frac{4}{5}x+b$이므로 점 $(4,\ 1)$을 대입하면 $1=\frac{16}{5}+b,\ b=-\frac{11}{5}$이다. 따라서 일차함수의 식은 $y=\frac{4}{5}x-\frac{11}{5}$이다.

41. 직선 $y = ax + b$는 점 $(4,\ -3)$을 지나고, $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y축 위에서 만난다. 이 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{16}$

해설

$y = ax + b$는 $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y절편이 같으므로

$b = -\frac{1}{2}$

$y = ax - \frac{1}{2}$ 에 점 $(4,\ -3)$을 대입하면

$-3 = 4a - \frac{1}{2}$

$4a = -\frac{5}{2}$

$\therefore\ a = -\frac{5}{8}$

$\therefore\ ab = -\frac{5}{8} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16}$

42. 함수 $f(x)=\frac{a}{c}x+\frac{c}{b}$ 의 그래프에서, y 절편이 3 이고, x 절편이 1 일 때 $\frac{b-a}{c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

y 절편이 3 이면 $\frac{c}{b}=3$

x 절편이 1 이면 $0=\frac{a}{c}+\frac{c}{b}=\frac{a}{c}+3$

$\therefore\ \frac{a}{c}=-3$

$c=3b,\ a=-3c=-9b$ 이다.

따라서 $\frac{b-a}{c}=\frac{b-(-9b)}{3b}=\frac{10b}{3b}=\frac{10}{3}$ 이다.

43. 가스렌지 위에 올려놓은 냄비가 가스렌지의 불을 켜면 4분에 15 °C 씩 온도가 상승하고, 불을 끄면 4분에 3 °C 씩 온도가 떨어진다고 할 때, 25 °C 인 냄비를 가스렌지 위에 올리고 10 분 동안 가열했다가 불을 끈 후 26분이 지난 냄비의 온도는? (단 냄비의 온도는 제일 처음 온도 미만으로는 떨어지지 않는다.)

① 25 °C ② 31 °C ③ 43 °C ④ 52 °C ⑤ 59 °C

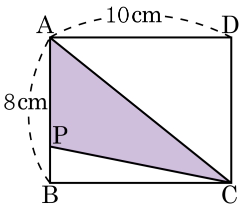
해설

4분에 15°C 씩 온도가 상승하므로 1분에 $\frac{15}{4}$°C 씩 온도가 상승한다.

불을 끄면 4분에 3°C 씩 온도가 떨어지므로 1분에 $\frac{3}{4}$°C 씩 온도가 떨어진다.

처음 온도가 25°C 이므로 온도를 y라 하면 $y = 25 + \frac{15}{4} \times 10 - \frac{3}{4} \times 26 = 43$ °C 이다.

44. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$이고, 점 P는 점 A를 출발하여 매초 2cm씩 점 B를 향해 움직이고 있다. x초 후의 $\triangle APC$의 넓이를 $y\text{cm}^2$라고 할 때, x, y사이의 관계식은? (단, x의 범위는 $0 < x \le 4$)



① $y = 2x$ ② $y = 4x$ ③ $y = 4x + 10$

④ $y = 40 - 10x$ ⑤ $y = 10x$

해설

$\overline{AP} = 2x$이므로

$\triangle APC = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$

$y = 10x$

45. 0이 아닌 상수 a, b 에 대하여 네 직선 $y=ax+b$, $y=-ax-b$, $y=-ax+b$, $y=ax-b$ 가 만나서 이루는 사각형을 직선 $y=mx$ $(m \neq 0)$ 가 이등분할 때, 두 부분을 S_1, S_2 라 하고 두 도형의 둘레의 길이를 각각 a_1, a_2 라 한다. 이때, $\dfrac{4a_1a_2}{(a_1+2a_2)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{4}{9}$

해설

세 직선은 $y=ax+b$ 를 각각 x 축, y 축, 원점 대칭이동한 직선이고 만들어진 사각형은 마름모이다.
또 마름모의 대각선은 x 축과 y 축이며 대각선의 교점은 원점이다.
마름모의 대각선의 교점을 지나는 직선은 마름모를 이등분하므로 $y=mx$ 를 기준으로 나뉜 두 도형 S_1, S_2 의 둘레의 길이는 같다.

$a_1=a_2$

$$\therefore \quad \frac{4a_1a_2}{(a_1+2a_2)^2}=\frac{4a_1^2}{(3a_1)^2}=\frac{4}{9}$$

46. 세 직선 $x-2y=-4$, $x+y=-1$, $ax-5y+1=0$으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a의 값의 합을 구하여라.

① $-\frac{9}{2}$ ② 5 ③ 10 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 15

해설

i) $ax-5y+1=0$이 다른 직선과 평행일 경우

$\frac{1}{a}=\frac{-2}{-5}\neq\frac{4}{1}$에서 $a=\frac{5}{2}$

$\frac{1}{a}=\frac{1}{-5}\neq\frac{1}{1}$에서 $a=-5$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{cases} x-2y=-4 & \cdots ㉠ \\ x+y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-2$, $y=1$

$ax-5y+1=0$에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면

$-2a-5+1=0$, $a=-2$

모든 a값의 합은

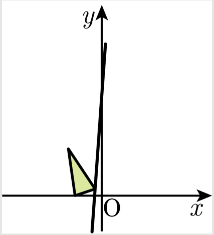
$\therefore \frac{5}{2}+(-5)+(-2)=-\frac{9}{2}$

47. 일차함수 $y = ax + 15$ 의 그래프가 세 점 $(-5,\ 7)$, $(-1,\ 1)$, $(-4,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 만날 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설



그림과 같이 a 는 일차함수 $y = ax + 15$ 의 그래프가 $(-1,\ 1)$ 를 지날 때 최댓값을 가지므로

$y = ax + 15$ 에 $x = -1,\ y = 1$ 을 대입하면

$1 = -a + 15$ 이다. $\quad\therefore\ a = 14$

따라서 a 의 최댓값은 14 이다.

48. 점 A(1, 1) 을 지나고 기울기가 3 인 직선과 점 B(2, 3) 을 지나고 기울기가 -2 인 직선이 있다. 이 두 직선과 직선 AB 로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

해설

점 A(1, 1) 을 지나고 기울기가 3 인 직선의 방정식은

$y-1=3(x-1),\ y=3x-2$

점 B(2, 3) 을 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은

$y-3=-2(x-2),\ y=-2x+7$

두 직선의 교점을 C 라 하면 $\mathrm{C}\left(\frac{9}{5},\ \frac{17}{5}\right)$ 이다.

또 직선 AB 를 지나는 방정식은

$y-1=\frac{3-1}{2-1}(x-1),\ y=2x-1\cdots$ ㉠

이때, 점 C 를 지나고 y 축과 평행한 직선과 ㉠ 과의 교점을 D 라 하면 점 $\mathrm{D}\left(\frac{9}{5},\ \frac{13}{5}\right)$ 이다.

$\overline{\mathrm{CD}}=\frac{17}{5}-\frac{13}{5}=\frac{4}{5}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{CAD}+\triangle\mathrm{CDB}\\ &= \frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times 1\\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

49. 좌표평면 위의 네 점 A$(-1,\ 2)$, B$(2,\ 4)$, C$(4,\ 3)$, D$(4,\ 0)$ 과 원점 O 로 만들 수 있는 오각형 OABCD 의 넓이를 점 B 를 지나는 직선이 이등분한다고 할 때, 이 직선의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

점 B 에서 x 축에 수선을 내려 그 교점을 P 라 하면

사다리꼴 PBCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times (4+3) = 7$

$$\begin{aligned} \square\mathrm{BAOP} &= \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{AOP} \\ &= \frac{1}{2} \times \{(4 \times 3) + (2 \times 2)\} = 8 \end{aligned}$$

사다리꼴 PBCD 와 $\square$BAOP 의 넓이의 차는 1 이다. 구하는 직선의 x 절편을 M$(a,\ 0)$ 이라 하면

$\triangle\mathrm{BMP} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times (2-a)$ 에서 $a = \frac{7}{4}$ 이다. 따라서

구하는 직선의 x 절편은 $\frac{7}{4}$ 이다.

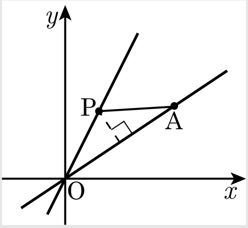
50. $y = 2x$ 의 그래프 위에 있는 점 P 와 점 A$(6,\ 4)$ 사이의 직선 거리는 원점 O 와 점 P 사이의 직선 거리와 같다. 이러한 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t)$ 라고 할 때, t 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $t = \dfrac{13}{7}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PO}} = \overline{\mathrm{PA}}$ 이므로 점 P 는 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 수직이등분선 위의 점이다.



직선 OA 의 기울기가 $\dfrac{4-0}{6-0} = \dfrac{2}{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OA}}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{OA}}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -\dfrac{3}{2}x + b \cdots$ ㉠ 으로 놓을 수 있다.

또한 원점과 점 A 의 중점이 $(3,\ 2)$ 이므로 ㉠ 에 대입하면 $b = \dfrac{13}{2}$ 이다.

$\therefore\ y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{13}{2} \cdots$ ㉡

한편 점 P 는 $y = 2x$ 와 ㉡ 의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$\mathrm{P}\left(\dfrac{13}{7},\ \dfrac{26}{7}\right) = \mathrm{P}(t,\ 2t)$ 이므로

$\therefore\ t = \dfrac{13}{7}$