1. 다음 중 $y = -x$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(-3, -3)$ 를 지난다.
② x 가 증가할 때 y 가 증가하는 그래프이다.
③ 그래프는 제 3 사분면을 반드시 지난다.
④ $y = -2x$ 보다 x 축에 가깝다.
⑤ $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ 이다.

해설
기울기가 클수록 y 축에 가깝다.
따라서 $y = -x$ 는 $y = -2x$ 보다 x 축에 가깝다.

2. 다음 중 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+4$를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프 위의 점은?

㉠ $\left(1,\ -\frac{3}{2}\right)$	㉡ $(-2,\ 3)$	㉢ $(-4,\ 2)$
㉣ $(4,\ 1)$	㉤ $(6,\ -1)$	

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉤　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설

$y=-\frac{1}{2}x+4$를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x+2$이므로 주어진 점을 x, y에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

㉡ $3=-\frac{1}{2}\times(-2)+2$

㉤ $-1=-\frac{1}{2}\times(6)+2$이므로 ㉡, ㉤은 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 위의 점이다.

3. 일차함수 $y = ax + 2$ 는 x 의 증가량이 2 일 때, y 의 증가량은 -1 이다. 이 그래프가 지나는 사분면은?

① 제 1 사분면, 제 2 사분면

② 제 2 사분면, 제 3 사분면, 제 4 사분면

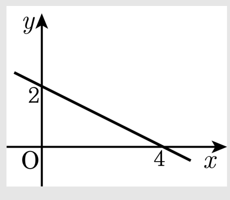
③ 제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면

④ 제 2 사분면, 제 4 사분면

⑤ 제 1 사분면, 제 3 사분면

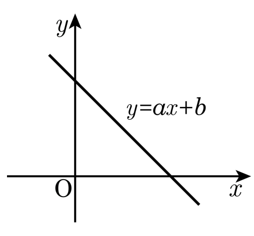
해설

x 의 증가량이 2 일 때, y 의 증가량이 -1 이면, 이 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.



따라서 주어진 일차함수의 그래프는 다음과 같다. 따라서 이 그래프가 지나는 사분면은 제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면이다.

4. $y = ax+b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, a, b 의 부호로 옳은 것은?



① $a > 0,\ b > 0$ ② $a = 0,\ b > 0$

③ $a < 0,\ b > 0$ ④ $a > 0,\ b < 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0$

해설

그래프가 왼쪽 위로 기울었으므로 $a < 0$ 이고
그래프를 보면 y 절편은 $b > 0$ 이다

5. $x = 1$ 일 때 $y = 4$ 이고, $x = 4$ 일 때 $y = 13$ 인 일차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 3x + 1$

해설

기울기 $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \dfrac{13-4}{4-1} = \dfrac{9}{3} = 3$

$y = 3x + b$에 $(1,\ 4)$를 대입하면 $b = 1$

$\therefore\ y = 3x + 1$

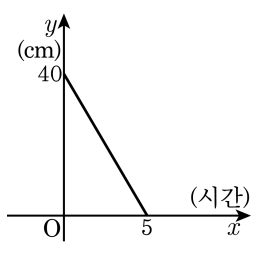
6. 주전자에 물을 데우기 시작하여 x분 후의 물의 온도 y°C는 다음 표와 같다고 한다. 이때, x와 y 사이의 관계식은? (단, $0 \le x \le 10$)

x	0	2	4	6	8	10
y	9	23	37	51	65	79

① $y = 7x$ ② $y = 7x + 9$ ③ $y = 7x - 9$
④ $y = 2x + 9$ ⑤ $y = 2x - 9$

해설
온도를 나타내는 y를 기준으로 보면
처음 온도가 9°C이고 1분마다 7°C씩 온도가 올라가므로
$y = 7x + 9$이다.

7. 다음 그래프는 길이가 40 cm 인 초에 불을 붙인 후 경과한 시간과 그에 따라 남은 초의 길이를 나타낸 것이다. 불을 붙인 후 얼마의 시간이 경과해야 남은 초의 길이가 16 cm 가 되겠는가?



① 1 시간　② 2 시간　③ 3 시간　④ 4 시간　⑤ 5 시간

해설

기울기 $= -\dfrac{y\text{절편}}{x\text{절편}} = -\dfrac{40}{5} = -8$

함수식 $y = -8x + 40$

$y = 16$ 일 때의 $x = 3$

8. 1L 의 휘발유로 자동차가 달릴 수 있는 거리를 연비라고 한다. 연비가 15km 인 자동차에 휘발유 60L 를 넣고 출발하여 $x$km 를 달린 후에 남은 휘발유의 양을 yL 라고 한다면 남은 휘발유의 양이 15L 일 때, 이 자동차가 달린 거리는?

① 3km ② 225km ③ 675km
④ 750km ⑤ 900km

해설

1km 를 달렸을 때 사용하는 휘발유의 양은 $\frac{1}{15}$L 이고,
남은 휘발유의 양이 yL 이므로
$y = 60 - \frac{1}{15}x$
$y = 15$ 이므로 $x = 675$(km)

9. 일차방정식 $6x - 3y - 9 = 0$ 과 $3x + ay + b = 0$ 이 같은 해를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$6x - 3y - 9 = 0$

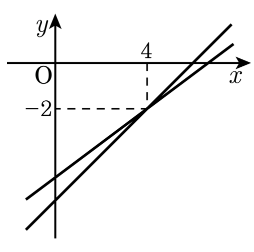
$3x + ay + b = 0$

두 직선은 일치하므로

$a = -\frac{3}{2}$, $b = -\frac{9}{2}$

$\therefore a + b = -6$

10. 연립방정식
$$\begin{cases} 3x + ay = 20 \\ bx + y = -6 \end{cases}$$
의 해의 집합을 그래프로 그려서 구한 것이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.



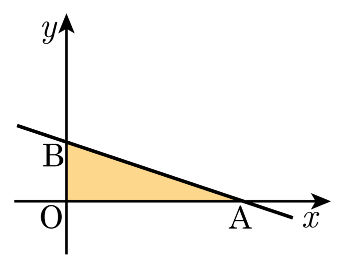
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{cases} 3 \times 4 + (-2)a = 20 & \rightarrow a = -4 \\ 4b - 2 = -6 & \rightarrow b = -1 \end{cases}$$

11. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x+3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B 라고 할 때, △AOB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

넓이를 구하기 위해 A (x 절편), B (y 절편) 를 알아야 한다.

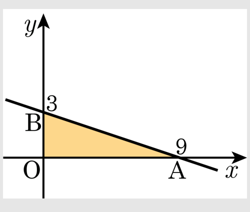
$y=-\frac{1}{3}x+3$

$y=ax+b$ 일 때,

(x 절편)$=-\frac{b}{a}$, $x=9$

(y 절편)$=b$, $y=3$ 이다.

그래프의 모양은 다음과 같다.



넓이를 구하면 $\frac{1}{2}\times 9\times 3=\frac{27}{2}$ 이다.

12. 다음 조건을 만족하는 일차방정식 $x + ay + b = 0$에서 기울기를 구하여라.

x절편 : -6 , y절편 : 2

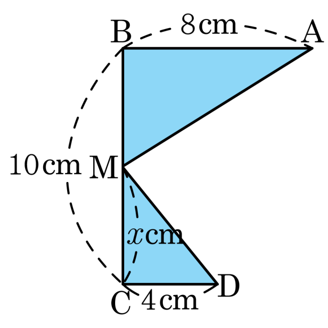
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

그래프는 $(-6, 0)$, $(0, 2)$를 지나므로
$-6 + b = 0, b = 6$이고 $2a + 6 = 0$, $a = -3$이다.
$x - 3y + 6 = 0$, $y = \frac{1}{3}x + 2$
따라서 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.

13. 다음 그림에서 점 M 이 선분 BC 위를 움직이고 있다. $\overline{\mathrm{MC}}= x\mathrm{cm}$ 이고 $\triangle\mathrm{ABM}$ 의 넓이와 $\triangle\mathrm{CDM}$ 의 넓이의 합을 $y\ \mathrm{cm}^2$ 라 할 때, x, y 의 관계식으로 나타내면? (단, $0 \le x \le 10$)



① $y = -2x + 10$　② $y = 2x + 10$　③ $y = -2x + 30$

④ $y = 2x + 30$　⑤ $y = -2x + 40$

해설

$y = \frac{1}{2} \times x \times 4 + \frac{1}{2} \times (10 - x) \times 8 = -2x + 40$

$y = -2x + 40$ (단, $0 \le x \le 10$)

14. 점 $(-3,\ -6)$ 을 지나는 $y = ax + b$ 의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않도록 하는 음의 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 $(-3,\ -6)$ 을 $y = ax + b$ 에 대입하면
$-6 = -3a + b \qquad \therefore\ b = 3a - 6$
제 1 사분면을 지나지 않기 위해서는
기울기는 음수이고, y 절편은 음수이어야 하므로
$a < 0,\ \ 3a - 6 < 0 \ \rightarrow\ a < 0,\ \ a < 2$ 이다.
따라서 음의 정수 a 의 최댓값은 -1 이다.

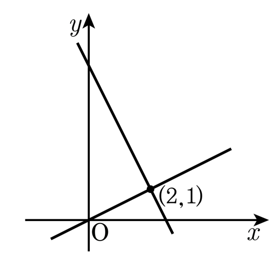
15. 네 직선 $y=5$, $y=-1$, $x=a$, $x=-a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 24 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

가로의 길이가 $2a$ 이고 세로의 길이가 6 인 직사각형의 넓이
$2a \times 6 = 24$, $a = 2$

16. 일차방정식 $2x-ay-5=0$과 $bx-y-2=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 기울기가 a이고 y절편이 b인 직선의 x절편은?



① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

두 그래프의 교점의 좌표가 $(2,1)$이므로 각각 대입하면

$$\begin{cases} 4-a-5=0 \\ 2b-1-2=0 \end{cases}$$

$\therefore a=-1,\ b=\frac{3}{2}$

따라서 $y=-x+\frac{3}{2}$의 x절편은 $\frac{3}{2}$이다.

17. 두 직선 $x-2y=5$, $2x+3y=-4$ 의 교점과 점 $(3,\ 2)$ 를 지나는 직선의 식을 $y=ax+b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① -8　　② -6　　③ -4　　④ 2　　⑤ 6

해설

ⅰ) $x-2y=5$ 와 $2x+3y=-4$ 의 교점을 구한다.

$$\begin{array}{r} 2x-4y=10 \\ -)\ 2x+3y=-4 \\ \hline -7y=14 \end{array}$$

$\therefore y=-2,\ x=1$

따라서 교점의 좌표는 $(1,-2)$ 이다.

ⅱ) 교점 $(1,-2)$ 와 점 $(3,2)$ 를 지나는 직선을 구한다.

$$a=\frac{(y\text{ 증가량})}{(x\text{ 증가량})}=\frac{2+2}{3-1}=\frac{4}{2}=2$$

$y=2x+b$ 에 $x=3$, $y=2$ 를 대입하면 $b=-4$

$\therefore\ \ ab=2\times(-4)=-8$

18. 세 직선 $x - 2y = 4$, $3x + 4y = 2$, $2x + ay + 7 = 0$ 의 교점이 (x, y) 일 때, $x + y + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$ 를 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이다.

$x = 2, y = -1$ 을 $2x + ay + 7 = 0$에 대입하면

$4 - a + 7 = 0$ 이고, $a = 11$ 이다.

따라서 $x + y + a = 2 + (-1) + 11 = 12$ 이다.

19. 두 점 $A\left(\frac{1}{2},\ 3\right)$, $B(4,\ -2)$에 대하여 일차함수 $y=ax+4$의 그래프가 $\overline{AB}$와 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $-4 \le a \le -\frac{3}{2}$　② $-2 \le a \le \frac{3}{2}$　③ $-4 \le a \le \frac{3}{2}$
④ $-2 \le a \le -\frac{3}{2}$　⑤ $\frac{3}{2} \le a \le 4$

해설

일차함수 $y=ax+4$의 그래프가

점 $A\left(\frac{1}{2},\ 3\right)$과 만날 때 : $3=\frac{1}{2}a+4$

$\therefore\ a=-2$

점 $B(4,\ -2)$와 만날 때 : $-2=4a+4$

$\therefore\ a=-\frac{3}{2}$

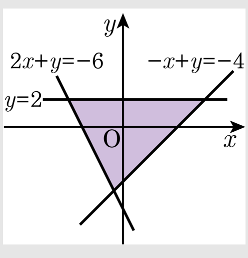
즉, 일차함수 $y=ax+4$가 $\overline{AB}$와 만나기 위해서는 일차함수의 기울기가 -2와 $-\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 한다.

$\therefore\ -2 \le a \le -\frac{3}{2}$

20. 세 방정식 $y=2$, $-x+y=-4$, $2x+y=-6$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{100}{3}$ ② $\frac{112}{3}$ ③ $\frac{140}{3}$ ④ $\frac{144}{3}$ ⑤ $\frac{135}{3}$

해설



$y=2 \cdots$ ㉠
$-x+y=-4 \cdots$ ㉡
$2x+y=-6 \cdots$ ㉢

에서 ㉠, ㉡의 교점 $(6,\ 2)$, ㉡, ㉢의 교점 $\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{14}{3}\right)$, ㉠, ㉢의 교점 $(-4,\ 2)$

따라서 구하는 넓이는 $10 \times \left(\frac{14}{3}+2\right) \times \frac{1}{2} = \frac{100}{3}$

21. 다음 중 y가 x에 관한 일차함수가 <u>아닌</u> 것은?

① 밑변의 길이가 x cm 이고 넓이가 10 cm^2 인 삼각형의 높이는 y cm 이다.

② 300 짜리 지우개 x 개를 사고 3000 원을 지불했을 때 받은 거스름돈은 y 원이다.

③ 반지름의 길이가 x cm 인 원의 둘레의 길이는 y cm 이다.

④ 밤의 길이 x 시간과 낮의 길이 y 시간의 합은 24 시간이다.

⑤ y L 들이 물통에 매 분 3 L 씩 물을 채우는 데 걸리는 시간은 x 분이다.

해설

① $y = \frac{20}{x}$

② $y = -300x + 3000$

③ $y = 2\pi x$

④ $y = -x + 24$

⑤ $y = 3x$

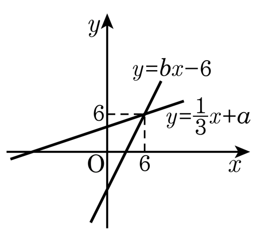
따라서 일차함수 $y = ax + b\ (a \neq 0)$ 꼴을 만족하지 않는 것은 $y = \frac{20}{x}$ 이다.

22. 일차함수 $y = -x + 2$의 x의 값이 $-4 \le x \le 4$일 때, 함숫값 y의 범위는?

① $-6 \le y \le -2$ ② $-6 \le y \le 2$ ③ $-2 \le y \le -4$
④ $2 \le y \le 4$ ⑤ $-2 \le y \le 6$

해설
$x = -4$일 때, $y = 4 + 2 = 6$
$x = 4$일 때, $y = -4 + 2 = -2$
따라서 함숫값 y의 범위는 $-2 \le y \le 6$이다.

23. 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지난다. 이때, 일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $f(k)=4$를 만족하는 k의 값은?



① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{2}{5}$　　③ $\frac{3}{4}$　　④ -2　　⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지나므로

$6=\frac{1}{3}\times 6+a,\ 6=b\times 6-6$

$a=4,\ b=2$이다.

$\therefore f(x)=4x+2$

$f(k)=4\times k+2=4$

$k=\frac{1}{2}$이다.

24. 다음 일차함수의 그래프 중에서 x절편과 y절편의 곱이 가장 큰 것은?

① $y = \frac{2}{3}(x-4)$　② $y = 4(x+1)$　③ $y = -\frac{5}{3}(6-x)$
④ $y = 2x+3$　⑤ $y = -4x - \frac{2}{3}$

해설

① $4 \times \left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{32}{3}$
② $(-1) \times 4 = -4$
③ $6 \times (-10) = -60$
④ $-\frac{3}{2} \times 3 = -\frac{9}{2}$
⑤ $-\frac{1}{6} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{9}$

25. f : $A(x,\ y) \to B(ax-y,\ x+2y)$ 의 규칙으로 세 점 $(0,\ 0)$, $(1,\ 2)$, $(2,\ 3)$ 을 이동시키면 이동한 점이 일직선 위에 있게 된다. 이때, a 의 값을 구하여라.

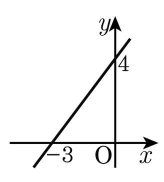
▶ 답 :

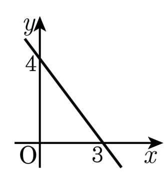
▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

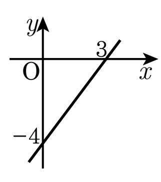
해설

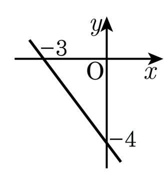
$(0,\ 0) \to (0,\ 0)$
$(1,\ 2) \to (a-2,\ 5)$
$(2,\ 3) \to (2a-3,\ 8)$
세 점이 일직선 위에 있으므로 기울기가 같다.
$\frac{5-0}{a-2-0} = \frac{8-5}{2a-3-a+2}$
$\therefore\ a = -\frac{1}{2}$

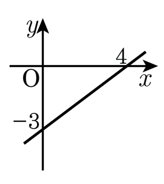
26. 일차함수 $4x-3y-12=0$의 그래프를 옳게 나타낸 것은?

①


②


③


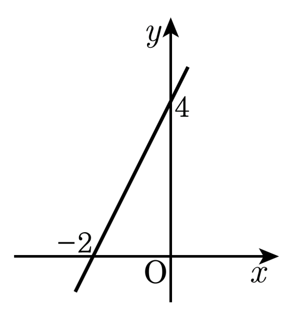
④


⑤


해설

x절편이 3, y절편이 -4이다.
따라서 ③이다.

27. 다음은 $y=(a-1)x+b+1$ 의 그래프이다. 다음 중 이 그래프에 대한 설명을 옳게 한 것은?



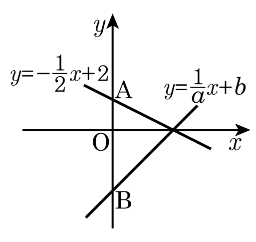
㉠ $a<0$ 이다.
㉡ $y=bx+a$ 의 그래프는 원점을 지난다.
㉢ $a-b+1>0$ 이다.
㉣ $y=ax+b$ 의 x 절편은 1 이다.
㉤ $y=(b-1)x$ 의 그래프와 평행하다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉣　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

그래프의 기울기는 2 이고, y 절편은 4 이므로 $a=3$, $b=3$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㉢, ㉤이다.

28. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+2$와 $y=\frac{1}{a}x+b$의 그래프가 x축 위에서 만날 때, 두 그래프의 y축과의 교점을 각각 A, B라 하자. $2\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$일 때, $a-b$의 값은?

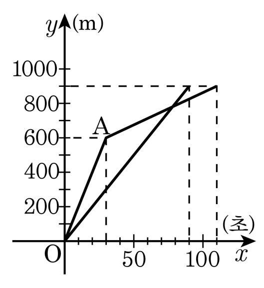


① -6 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 2

해설

ⅰ) $\mathrm{A}(0,2)$, $\mathrm{B}(0,b)$이고
$2\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}} \rightarrow 2\times 2=-b(\because b<0) \quad \therefore b=-4$
ⅱ) $y=-\frac{1}{2}x+2$의 x절편인 4는 $y=\frac{1}{a}x+b$의 x절편과 같으므로
$0=\frac{4}{a}-4 \quad \therefore a=1$
따라서 $a-b=5$이다.

29. 대한중학교 2학년 1반과 2반이 1000m 경주를 한다. 1반 학생은 스타트하자마자 전속력으로 달려 앞서나갔지만 도중에 지쳐서 속력을 늦췄고, 2반 학생은 시작부터 끝까지 일정한 속도로 달렸다. 다음 그래프의 해석 중 옳은 것은?

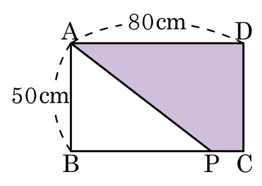


> ㉠ 1 반 학생이 먼저 골인했다.
> ㉡ 1 반 학생이 지친 것은 시작하고 30초가 지난 후이다.
> ㉢ 1 반 학생이 지친 것은 골 지점에서 800m 떨어진 곳이다.
> ㉣ 2 반 학생은 시작한지 1분 후에 1반 학생보다 100m 앞섰다.
> ㉤ 2 반 학생은 꾸준히 초속 10m 의 속력으로 달렸다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉤
④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설
㉠ 2반 학생이 먼저 골인했다.
㉢ 1반 학생이 지친 것은 골 지점에서 600m 떨어진 곳이다.
㉣ 1반 학생은 시작한 지 1분 후에 2반 학생보다 100m 앞섰다.

30. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 P 가 점 B 에서 점 C 까지 매초 4cm 의 속력으로 움직이고 있다. 점 P 가 x초 동안 움직였을 때, □APCD 의 넓이가 2500cm^2 가 되는 x의 값은?



① 10　② 15　③ 20　④ 25　⑤ 30

해설

사각형 ABCD 의 넓이는 전체 직사각형 ABCD 에서 △ABP 의 넓이를 빼면 된다.
따라서 x초 후 APCD 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면
$y = 4000 - 100x$가 성립한다.
따라서 $4000 - 100x = 2500$ 이므로 $x = 15$ 이다.

31. 일차함수 $y = -(2m-1)x+2$ 의 그래프는 $y = 3x-2$ 의 그래프와 평행하고, $y = -bx+3$ 의 그래프와 x축 위에서 만난다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① $-\frac{9}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 3

해설

ⅰ) 평행하므로 기울기가 같다. $-(2m-1) = 3$, $m = -1$
ⅱ) x축 위에서 만난다는 것은 x절편이 같은 것이므로,

$0 = -(2m-1)x+2$
$\therefore x = \frac{2}{2m-1} = -\frac{2}{3}$
$0 = -bx+3 \rightarrow x = \frac{3}{b}$
$\therefore -\frac{2}{3} = \frac{3}{b}$
$\therefore b = -\frac{9}{2}$

32. 일차방정식 $ax+by+3=0$의 그래프의 기울기는 -2이고, y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 일차방정식은 $ax+by+7b=0$이다. 이때, $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{5}$　　② $\frac{2}{5}$　　③ $\frac{3}{5}$　　④ $\frac{7}{5}$　　⑤ $\frac{9}{5}$

해설

ⅰ) $ax+by+3=0$은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}$ 이다. $-\frac{a}{b}=-2,\ a=2b$ 이다.

ⅱ) $y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}$을 y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 식은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}-2$,

$ax+by+7b=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{a}{b}x-7$

$-\frac{3}{b}-2=-7$, $b=\frac{3}{5}$ 이므로 $a=\frac{6}{5}$ 이다.

$\therefore a+b=\frac{9}{5}$

33. 일차방정식 $y+2x-4=0$ 의 그래프가 두 점 A $(1, m)$, B $(n, 6)$ 을 지날 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $m-2=0$ ㉡ $2+2n=0$ ㉢ $m-3n=6$ ㉣ $2(m-mn)=-12$ ㉤ $m-\frac{5}{3}n=\frac{16}{3}$

① ㉠,㉡
② ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y+2x-4=0$에 A $(1, m)$을 대입하면 $m-2=0$
$y+2x-4=0$에 B $(n, 6)$을 대입하면 $2+2n=0$
따라서 $m=2,\ n=-1$임을 알 수 있고,
이것을 ㉢, ㉣ ,㉤ 에 각각 대입하면 ㉢ $m-3n=5$, ㉣ $2(m-mn)=8$, ㉤ $m-\frac{5}{3}n=\frac{11}{3}$ 이 된다.

34. 일차함수의 두 직선 $3x+ay=y+3$, $2x+5y=a-b$의 교점이 무수히 많을 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x+ay=y+3$에서

$3x+(a-1)y=3 \cdots$ ㉠

$2x+5y=a-b \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 일치할 때, 교점이 무수히 많으므로

$\frac{3}{2}=\frac{a-1}{5}=\frac{3}{a-b}$,

$15=2a-2$, $-2a=-17$, $a=\frac{17}{2}$,

$3(a-b)=2\times 3$

$3\times\frac{17}{2}-3b=6$, $b=\frac{13}{2}$

$\therefore a-b=\frac{17}{2}-\frac{13}{2}=\frac{4}{2}=2$

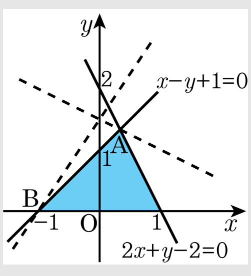
35. 직선 $y = mx + \frac{3}{2}$이 세 직선 $2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y = 0$으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않는 m의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{1}{2}$ 또는 $m > \frac{3}{2}$　　② $m > \frac{3}{2}$

③ $m < -\frac{1}{2}$　　④ $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

⑤ $m < \frac{3}{2}$

해설



$2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$의 교점 A의 좌표는 $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$이고,

$y = mx + \frac{3}{2}$가 점 A를 지날 때 $m = -\frac{1}{2}$

$y = mx + \frac{3}{2}$가 점 B를 지날 때 $m = \frac{3}{2}$

$\therefore\ -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

36. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $f(0) = 0$, $f(1) \le f(100)$, $f(100) \ge f(10000)$ 을 만족할 때, $f(999)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(1) \le f(100)$ 에서 $a + b \le 100a + b$ 이므로 $a \ge 0$
$f(100) \ge f(10000)$ 에서 $100a + b \ge 10000a + b$ 이므로 $a \le 0$
$\therefore\ a = 0$
또한, $f(0) = b = 0$ 에서 $b = 0$
따라서 $f(x) = 0$ 이므로 $f(999) = 0$ 이다.

37. 일차함수 $y = 4x + a$의 그래프과 x축에 대하여 대칭인 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = kx - 5$이다. 이 때, $a + k$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

x축에 대칭인 그래프 $-y = 4x + a$를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면
$y = -4x - a - 2$
이 그래프는 $y = kx - 5$의 그래프와 일치하므로
$k = -4$, $-a - 2 = -5$, $a = 3$
$\therefore\ a + k = -1$

38. 일차함수 $y=3x-5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 x 절편이 $\frac{3a+b-4}{3}$, y 절편이 $a-b$ 일 때, a 와 b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

▷ 정답 : $b=9$

해설

$y=3x-5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 방정식은

$y=3(x-2)-5+3$ 이다.

$y=3x-8$ 이므로

y 절편은 $-8=a-b \cdots$ ㉠

x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로 $0=3x-8$ 에서 $x=\frac{8}{3}$

$\frac{8}{3}=\frac{3a+b-4}{3}$

$3a+b=12 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 연립방정식을 풀면,

$\therefore\ a=1,\ b=9$

39. 일차함수 $f(x) = ax + 2$ 가 $f(m) - f(n) = 3n - 3m$ 을 만족할 때, $f(1) + f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

기울기가 a 이므로

$a = \dfrac{f(m) - f(n)}{m - n}$

$= \dfrac{3n - 3m}{m - n} = \dfrac{-3(m - n)}{m - n} = -3$

$\therefore\ f(x) = -3x + 2$

$f(1) + f(4) = -1 - 10 = -11$

40. 다음 일차함수 $y=-2x-4$의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 점 $(1,\ -2)$를 지난다.
② 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
③ 일차함수 $y=2x-4$의 그래프와 x축에서 만난다.
④ x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 증가한다.
⑤ 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

해설

① $x=1,\ y=-2$를 대입하면 $-2\neq-2-4$이므로 점 $(1,\ -2)$를 지나지 않는다.
② 기울기와 y절편이 모두 음수이므로 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
③ 일차함수 $y=2x-4$의 그래프와 y축에서 만난다.
④ x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 -2만큼 증가한다.
⑤ 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

41. 세 점 $(a,\ 3)$, $(4,\ 6)$, $(8,\ 9)$를 지나는 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 b일 때, $a+b$의 값은?

① -6　② -3　③ 1　④ 3　⑤ 6

해설

세 점이 일직선 위에 있으므로

$$\frac{6-3}{4-a}=\frac{9-6}{8-4}$$

$$\frac{3}{4-a}=\frac{3}{4}$$

$\therefore a=0$

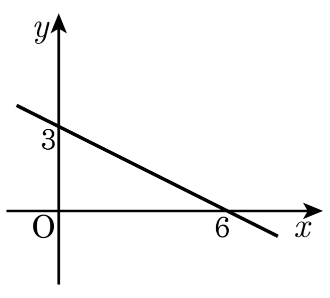
$y=\frac{3}{4}x+3$에서 x절편이 -4, y절편이 3이므로 넓이는

$$b=\frac{1}{2}\times 4\times 3$$

$\therefore\ b=6$

$\therefore a+b=6$

42. 다음 그림은 일차함수 $y = ax+b$의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $kx + 4y = 1$의 그래프가 서로 평행일 때, k의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 y절편이 3이므로

$y = ax + b = -\frac{1}{2}x + 3$

$kx + 4y = 1 \Rightarrow y = -\frac{k}{4}x + \frac{1}{4}$

두 그래프가 서로 평행하므로 기울기가 같다.

$-\frac{1}{2} = -\frac{k}{4}$, $k = 2$

43. 일차함수 $y = ax + b$는 점 $\left(2, -\frac{5}{2}\right)$를 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = -\frac{3}{4}$ 이다. 이 때, $f(-4) + f(6)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

기울기 $a = -\frac{3}{4}$ 이므로

$y = -\frac{3}{4}x + b$에 점 $\left(2, -\frac{5}{2}\right)$를 대입하면

$-\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + b,\ b = -1$

$y = -\frac{3}{4}x - 1$

$\therefore\ f(-4) + f(6) = 3 - 1 + \left(-\frac{9}{2}\right) - 1 = -\frac{7}{2}$

44. 용량이 5 L 인 A 용기에 a 용액을 가득 담는데 필요한 시간은 50 분이고 용량이 3 L 인 B 용기에 b 용액을 담는데 필요한 시간은 90 분이다. 만약 각각의 용기에 각각의 용액을 담기 시작하는 시각을 A 용기는 정해진 시각에서 t 분 늦추고 B 용기는 그 시각보다 $f(t)$ 분 일찍 용액을 담기 시작하면 A 용기가 B 용기보다 5 분 일찍 가득찬다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-t+35$

해설

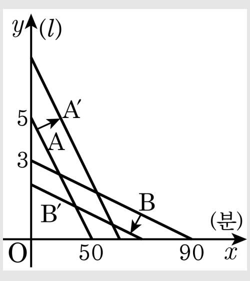
각 용기에 용액이 채워지고 남은 용량을 y L, 용액을 채우는 시간을 x 분으로 놓고 식을 세우면

A 용기의 방정식 :

$\frac{x}{50}+\frac{y}{5}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{10}x+5\cdots$ ㉠

B 용기의 방정식 :

$\frac{x}{90}+\frac{y}{3}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{30}x+3\cdots$ ㉡



A 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 t 분 늦추었으므로 ㉠에 x 대신 $x-t$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{10}(x-t)+5\cdots$ ㉢

B 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 $f(t)$ 분 앞당겼으므로 ㉡에 x 대신 $x+f(t)$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{30}(x+f(t))+3\cdots$ ㉣

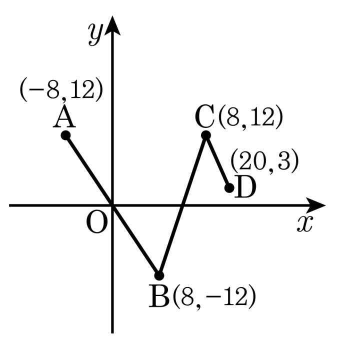
각각의 용기가 가득차는 시간에서 A 용기가 B 용기보다 5 분 빠르므로

(㉣의 x절편) − (㉢의 x절편) $=5$ 이다.

㉢ 의 x 절편은 $50+t$, ㉣ 의 x 절편은 $90-f(t)$

$90-f(t)-50-t=5$ $\therefore$ $f(t)=-t+35$

45. x의 값의 범위가 $-8 \le x \le 20$일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(k-3) = f(k+3)$ 을 만족하는 k 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 49

해설

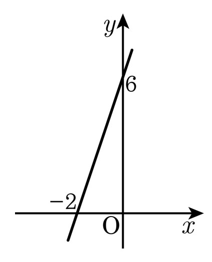
직선 AB 의 방정식 $y = -\frac{3}{2}x \cdots$ ㉠

직선 BC 의 방정식 $y = 3x - 36 \cdots$ ㉡

직선 CD 의 방정식 $y = -\frac{9}{4}x + 48 \cdots$ ㉢

$f(k-3) = f(k+3)$ 에서 $k - 3 = x$ 일 때,
$f(x) = f(x+6)$ 이므로
1) ㉡에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면
$y = 3x - 18 \cdots$ ㉣
㉠, ㉣의 값이 같으므로
$-\frac{3}{2}x = 3x - 18,$
$x = 4 \qquad \therefore\ k = 7$
2) ㉢에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면
$y = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2} \cdots$ ㉤
㉠, ㉤의 값이 같으므로
$-\frac{3}{2}x = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2},$
$x = 46 \qquad \therefore\ k = 49$
따라서 k 의 값은 7 또는 49 이다.

46. 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라.



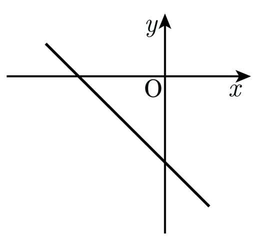
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

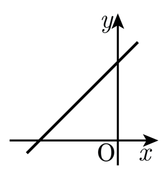
해설

ⅰ) y절편이 6이므로 점 $(0,\ 6)$을 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$에 대입하면
$b=-2$이다.
ⅱ) x절편이 -2이므로 점 $(-2,\ 0)$을 일차방정식 $(-2+a)x+y-4+b=0$에 대입하면
$4-2a-4+b=0,\ -2a-2=0,\ a=-1$이다.
ⅰ), ⅰ)에 의하여 $a=-1,\ b=-2$이므로
$a+b=-3$이다.

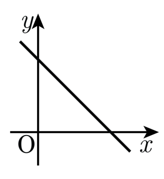
47. 일차방정식 $ax-by+c=0$의 그래프가 다음 보기와 같을 때, 일차방정식 $cx-ay-b=0$의 그래프는?



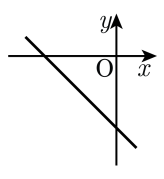
①



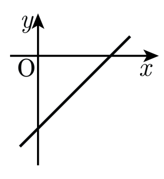
②



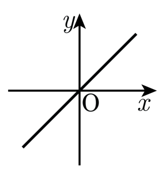
③



④



⑤



해설

$ax-by+c=0$은 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$이므로

$\frac{a}{b}<0,\ \frac{c}{b}<0$이다.

$\therefore a>0,\ b<0,\ c>0$ 또는 $a<0,\ b>0,\ c<0$이다.

$cx-ay-b=0$은 $ay=cx-b,\ y=\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$이다.

따라서 $\frac{c}{a}>0,\ \frac{b}{a}<0$이므로

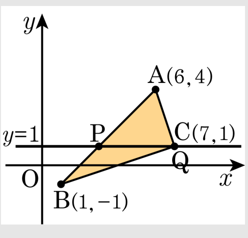
①번 그래프이다.

48. 세 점 $A(6,\ 4)$, $B(1,\ -1)$, $C(7,\ 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.
즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고,
점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.
직선 AB 의 그래프는 $(6,\ 4)$ 와 $(1,\ -1)$ 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로

$$y + 1 = \frac{4+1}{6-1}(x-1) \qquad \therefore\ y = x - 2$$

$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 $P(3,\ 1)$
따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

49. 좌표평면 위의 직선 l 의 x 절편은 3, y 절편은 2 이고, 직선 m 의 x 절편은 -2, y 절편은 2 이다. 이 두 직선과 $-a(x+2)+y=0$ 의 그래프를 이용하여 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

$-a(x-2)+y=0$, 즉 $y=ax+2a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) 직선 l 또는 직선 m 과 평행할 때

(직선 l의 기울기) $=-\frac{2}{3}$

(직선 m의 기울기) $=1$

$\therefore$ $a=1$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

2) 직선 l, m 의 교점을 지날 때,

직선 l 과 m 의 교점은 $(0,\ 2)$ 이므로

$2=2a$ $\quad\therefore$ $a=1$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 1, $-\frac{2}{3}$ 이다.

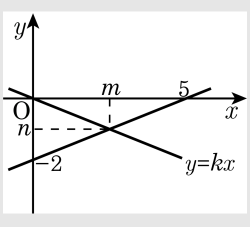
50. x절편이 5, y절편이 -2인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=kx$의 그래프가 이등분할 때, k의 값은?

① $-\frac{4}{5}$　② $-\frac{3}{5}$　③ $-\frac{2}{5}$　④ $-\frac{1}{5}$　⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x, y절편이 각각 5, -2이므로 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times5\times2=5$이다.



두 직선의 교점의 x좌표를 m이라고 하면

$\frac{1}{2}\times2\times m=5\times\frac{1}{2}$에서 $m=\frac{5}{2}$

교점의 y좌표를 n이라고 하면

$\frac{1}{2}\times5\times(-n)=5\times\frac{1}{2}$에서 $n=-1$

$k=\frac{-1}{\frac{5}{2}}=-\frac{2}{5}$