

1. 점 $(2, -4)$ 를 지나고 직선 $x - 2y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 1$

② $y = -2x + 1$

③ $y = -x + 2$

④ $y = x - 2$

⑤ $y = -2x$

해설

$$2y = x - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식의
기울기는 -2 이고 점 $(2, -4)$ 를 지나므로
 $y + 4 = -2(x - 2)$, $y = -2x$

2. 두 직선 $ax - y + 3 = 0, 4x + 2y + (1 - b) = 0$ 이 일치할 때, ab 의 값은?

① -14

② -7

③ 1

④ 7

⑤ 14

해설

두 직선 $ax - y + 3 = 0, 4x + 2y + (1 - b) = 0$ 이 일치하려면

$$\frac{a}{4} = \frac{-1}{2} = \frac{3}{1-b}$$

$$\therefore a = -2, b = 7$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 7 = -14$$

3. 두 점 A(-5, -8), B(3, -2) 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면,

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$$

$$= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$$

$$= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 $M(-1, -5)$ 를 지나고

$\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 5$$

$$\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{19}{3}$$

$$\therefore a - b = -\frac{4}{3} + \frac{19}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

4. 세 직선 $2x + 3y - 4 = 0$, $3x - y + 5 = 0$, $5x + 2y + k = 0$ 이 한 점에서 만나도록 상수 k 의 값을 정하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면

직선 $5x + 2y + k = 0$ 이 두 직선

$2x + 3y - 4 = 0$, $3x - y + 5 = 0$ 의 교점을 지나야 한다.

두 직선 $2x + 3y - 4 = 0$, $3x - y + 5 = 0$ 의 교점이 $(-1, 2)$ 이므로

$x = -1$, $y = 2$ 를 $5x + 2y + k = 0$ 에 대입하면

$$5 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 + k = 0$$

$$\therefore k = 1$$

5. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (\textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{㉡}$ 을 지난다.

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉢}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉣}$

따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{㉤}$

① $y - 1$

② $(-1, 1)$

③ 1

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (y-1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \boxed{1}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \boxed{-\frac{1}{3}}$

(i), (ii)에서 $\boxed{-\frac{1}{3} < m < 1}$

6. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a+b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$\text{준 식 : } (3x-y)k + 2x - y + 4 = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

7. 점 $(4, 1)$ 과 직선 $4x - 3y - 9 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면, $\Rightarrow \frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

8. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{\left| 3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1 \right|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$