

1. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은?

- ① 소수의 모임
- ② 가장 작은 자연수의 모임
- ③ 분수 전체의 모임
- ④ 10 보다 큰 8 의 약수들의 모임
- ⑤ 100 에 가까운 수들의 모임

해설

⑤ ‘가까운’ 은 기준이 명확하지 않다.

2. 다음 보기 중 집합은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리나라의 놀이공원의 모임
- ㉡ 머리가 긴 가수들의 모임
- ㉢ 10에 가까운 수들의 모임
- ㉣ 큰 자동차들의 모임
- ㉤ 1보다 작은 자연수의 모임
- ㉥ 6의 배수의 모임

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉡ ‘긴’이라는 단어가 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘가까운’이라는 단어는 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘큰’이라는 단어는 사람에 따라 그 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 일 때, 집합 $\{x^2 \mid x \in A, x \notin B\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{4, 9\}$

② $\{9, 16\}$

③ $\{9, 25\}$

④ $\{9, 36\}$

⑤ $\{16, 36\}$

해설

$A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이므로

$x \in A$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 5 \cdots \textcircled{㉠}$

$x \notin B$ 에서 $x \neq 2$ 이고 $x \neq 4$ 이고 $x \neq 6 \cdots \textcircled{㉡}$

이때 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x 의 값은

$x = 3, x = 5$

따라서 가능한 x^2 의 값은

$x^2 = 3^2 = 9, x^2 = 5^2 = 25$

4. 집합 A 는 2, 3, 5, 7을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $1 \notin A$

② $2 \in A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

④ $9 \notin A$

⑤ $3 \in A$

5. $A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 의 원소들의 합을 구하면?

① -10

② -6

③ -1

④ 5

⑤ 9

해설

$A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 에서

$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이면

$x = -3$ 또는 $x = 1$

A 는 y 의 집합이므로

$x = -3$ 일 때, $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$

$x = 1$ 일 때, $y = 2 \times 1 - 1 = 1$

$\therefore -7, 1$ 이므로 원소들의 합은 -6

6. 다음 중 무한집합인 것은?

① $\{a, b\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{1, 2\}$: 유한집합

④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

7. $n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\})$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4 - 3 = 1$$

8. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

9. 8의 약수의 집합을 A , 12의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A, 1 \in B$

② $2 \in A, 2 \in B$

③ $4 \in A, 4 \notin B$

④ $4 \in A, 6 \in B$

⑤ $7 \notin A, 11 \notin B$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $4 \in A$, $4 \in B$ 이다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = { $x \mid x$ 는 전자제품}

㉡ {1, 2, 3, 4} = { $x \mid x$ 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}

㉢ {매화, 난초, 국화, 소나무} = { $x \mid x$ 는 사군자의 이름}

㉣ {0과 1 사이의 분수} = $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

㉤ {1, 3, 17, 51} = { $x \mid x$ 는 51의 약수}

㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = { $x \mid x$ 는 사물놀이에 쓰이는 악기}

① ㉡, ㉤

② ㉢, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉡ { $x \mid x$ 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}는 {0, 1, 2, 3}이다.

㉣ {0과 1 사이의 분수}는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots\right\}$ 이다.

11. 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을 S 라 하자.

그러면 S 는 S 자신을 원소로 갖는다. (㉠) 그렇지?

을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?

갑 : 좋 아. 그 러 면 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 (㉡) 은 어떠냐?

위의 논쟁에서 밑줄 친 부분 (㉠), (㉡)에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은?

① $S \in S, \{A | A \notin A, A \text{는 집합}\}$

② $S \in S, \{A | A \not\subset A, A \text{는 집합}\}$

③ $S \in S, \{A | A \in A, A \text{는 집합}\}$

④ $S \subset S, \{A | A \notin A, A \text{는 집합}\}$

⑤ $S \subset S, \{A | A \subset A, A \text{는 집합}\}$

해설

(㉠) S 는 S 자신을 원소로 갖는다 $\rightarrow S \in S$

(㉡) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 $\rightarrow \{A | A \notin A, A \text{는 집합}\}$

[참고] 러셀의 패러독스를 표현한 내용이다. 러셀은 이것을 ‘이 발사의 예화’를 통해 설명했다.

12. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

13. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

15. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$