1. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$

$\therefore \ -a + b = 1 \cdots$ ㉠

$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$

$\therefore \ 2a + b = -5 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a = -2,\ b = -1$

2. 다항식 $(x+2)f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$을 $x-3$으로 나눈 나머지가 -3이다. 이때 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $-4x+7$　② $-4x-3$　③ $2x+3$
④ $2x-3$　⑤ $3x-1$

해설

나머지정리에 의하여
$(x+2)f(x)$에 $x=1$을 대입하면
$3f(1)=9$이므로 $f(1)=3 \cdots$ ㉠
$(2x-3)f(3x-7)$에 $x=3$을 대입하면
$3f(2)=-3$이므로 $f(2)=-1 \cdots$ ㉡
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

이므로 $a=-4,\ b=7$

3. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{5} \end{array}$$

① $a=3$　② $b=2$　③ $c=1$

④ $d=4$　⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & \boxed{b+a} \end{array}$$

$k=1$, $a=3$, $b=2$, $c=1$, $d=4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

4. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$가 $x-\alpha$로 나누어떨어질 때,
$f(f(x))$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지는?

① 0

② a_0

③ a_1

④ a_5

⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$
$\therefore f(f(x))$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$
$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

5. 두 다항식 $Q(x)$ 와 $R(x)$ 에 대하여 $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$ 가 성립할 때, $Q(1)$ 의 값은? (단 $R(x)$ 의 차수는 이차 이하이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 8　　⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c(a,\ b,\ c$ 는 실수) 라 하면
$x^7 - 2 = x(x^2+1)Q(x) + ax^2 + bx + c$
양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $-2 = c$
$x^7 - 2 = x(x^2+1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots$ ①
①의 양변에 $x = i$ 을 대입하면
$-i - 2 = -a + bi - 2$
$a = 0,\ b = -1$ 이므로 $R(x) = -x - 2$
$\therefore\ x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$
양변에 $x = 1$ 을 대입하면
$-1 = 2Q(1) - 3$ 이므로
$\therefore\ Q(1) = 1$