

1. A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0) 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

A(0, -2)로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

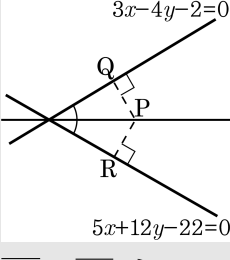
2. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

3. 점 A(6, 2)와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$
④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P (a , b)라 하면 $a+2b-2=0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x-18, b = 4y-6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$$

4. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6 km, 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5 km, 북쪽으로 4 km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)

① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.

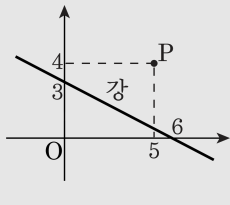
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ 즉, } x + 2y - 6 = 0$$

이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.

따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (km)$$



5. 원점과 직선 $2x - y - 5 + k(x + 2y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라고 할 때, $\frac{1}{f(k)^2}$ 의 최솟값은?

- ㉠ $\frac{1}{5}$ ㉡ $\frac{2}{5}$ ㉢ $\frac{3}{5}$ ㉣ $\frac{4}{5}$ ㉤ 1

해설

점 $P(x_1, y_1)$ 과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

원점과 직선 $(2+k)x + (2k-1)y - 5 = 0$ 사이의 거리

$$f(k) \text{ 는 } f(k) = \frac{|-5|}{\sqrt{(2+k)^2 + (2k-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5(1+k^2)}}$$

$$\therefore \frac{1}{\{f(k)\}^2} = \frac{k^2 + 1}{5}$$

따라서, $k = 0$ 일 때, 최솟값 $\frac{1}{\{f(0)\}^2} = \frac{1}{5}$ 이다.