1. $\mathrm{A}(0,-2), \mathrm{B}(3,3), \mathrm{C}(4,0)$ 인 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 넓이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(4-3)^2+(0-3)^2} = \sqrt{10}$

또, 직선 BC 의 방정식은 $3x+y-12=0$ 이므로

$\mathrm{A}(0,-2)$ 로부터 직선 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\mathrm{BC}} \cdot \overline{\mathrm{AH}} = 7$$

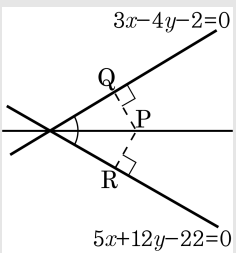
2. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

3. 점 $\mathrm{A}(6,\ 2)$와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}}$를 $1\ :\ 3$으로 내분하는 점의 자취는?

① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$

④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

$\mathrm{P}\ (a,\ b)$라 하면 $a+2b-2=0\ \cdots$㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 $1\ :\ 3$ 내분점을 $\mathrm{Q}\ (x,\ y)$라 하면

$$\mathrm{Q}(x,\ y)=\left(\frac{a+18}{1+3},\frac{b+6}{1+3}\right)$$

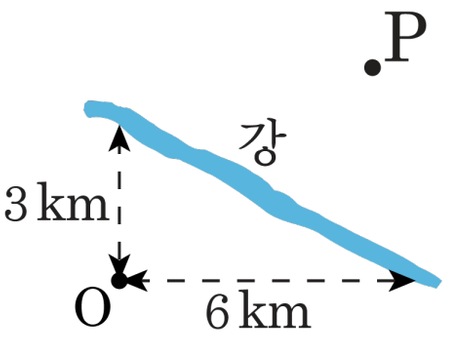
$$x=\frac{a+18}{1+3}\ ,\ y=\frac{b+6}{1+3}$$

$a=4x-18\ ,\ b=4y-6$

㉠에 대입하면,

$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$

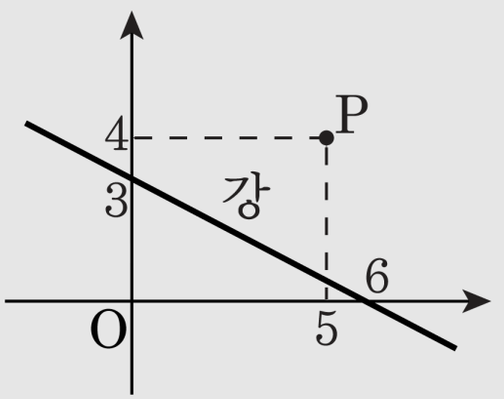
4. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O 로부터 동쪽으로 6 km , 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O 로부터 동쪽으로 5 km , 북쪽으로 4 km 의 위치에 마을 P 가 있다. 이 때, 마을 P 에서 강까지의 최단 거리를 구하시오.(단위는 km)



① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O 를 원점 O 로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.



강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$y = -\frac{1}{2}x + 3$ 즉, $x + 2y - 6 = 0$

이때, 마을 P 의 좌표는 (5, 4) 이다.

따라서, 점 (5, 4) 에서 직선 $x+2y-6=0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5+8-6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}(km)$$

5. 원점과 직선 $2x-y-5+k(x+2y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라고 할 때, $\dfrac{1}{f(k)^2}$ 의 최솟값은?

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{3}{5}$ ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ 1

해설

점 $P(x_1,\ y_1)$ 과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

원점과 직선$(2+k)x+(2k-1)y-5=0$ 사이의 거리

$f(k)$ 는 $f(k)=\dfrac{|-5|}{\sqrt{(2+k)^2+(2k-1)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5(1+k^2)}}$

$\therefore\ \dfrac{1}{\{f(k)\}^2}=\dfrac{k^2+1}{5}$

따라서, $k=0$ 일 때, 최솟값$\dfrac{1}{\{f(0)\}^2}=\dfrac{1}{5}$ 이다.