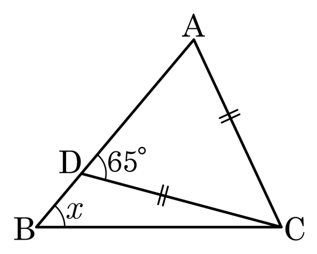
1. $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D를 변 AB 위에 잡았다. $\angle x$ 의 크기는?

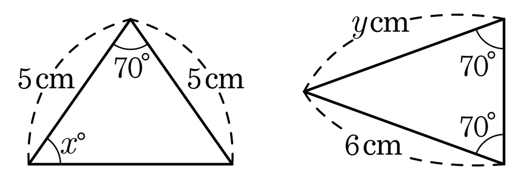


① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\triangle$ACD가 이등변삼각형이므로
$\angle CAD = 65°$
또 $\triangle$ABC는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\therefore \angle x = 180° - 2 \times 65° = 50°$

2. 다음 그림에서 $x+y$가 속한 범위는?



① 61 ~ 65 ② 66 ~ 70 ③ 71 ~ 75

④ 76 ~ 80 ⑤ 81 ~ 85

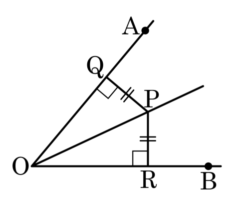
해설

두 삼각형은 모두 이등변삼각형이므로

$\angle x = 55°$, $y = 6(\text{cm})$

$\therefore\ x + y = 55 + 6 = 61$

3. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

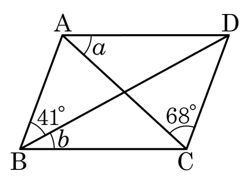


① $\triangle QPO = \triangle RPO$
② $\overline{QO} = \overline{RO}$
③ $\overline{QO} = \overline{PO}$
④ $\angle OPQ = \angle OPR$
⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



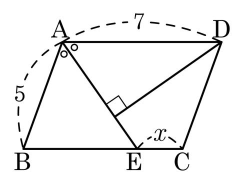
① 60° ② 71° ③ 80°

④ 109° ⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

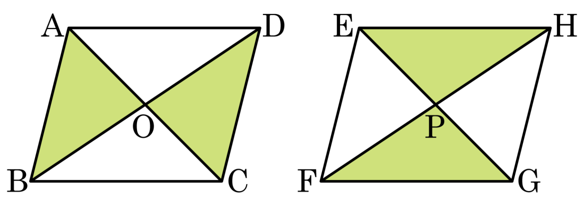
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 7$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{AEB}$ (엇각)

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}} = 5$

$\therefore\ x = 7 - 5 = 2$

6. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 24cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 와 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



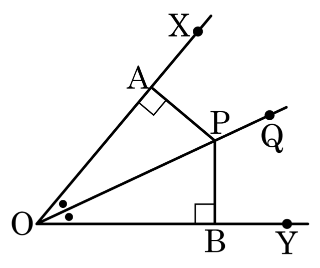
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $24\ \text{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle\text{PEF} + \triangle\text{PGH} = \triangle\text{PEH} + \triangle\text{PFG}$ 이므로 전체의 절반이 된다. 그러므로 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다. 색칠한 부분의 넓이는 각각 12cm^2 이 된다. 따라서 $12 + 12 = 24(\text{cm}^2)$ 이 된다.

7. 다음은 XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?

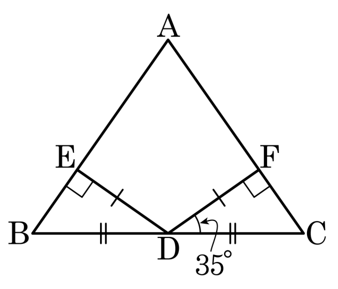


① SSS 합동　　② SAS 합동　　③ AAA 합동
④ RHA 합동　　⑤ RHS 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ 이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
$\therefore$ RHA 합동

8. 다음 $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답: 70°

해설

$\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$

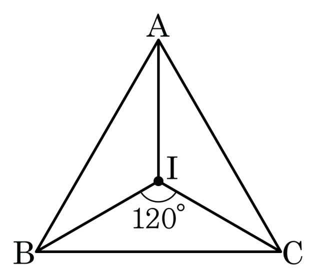
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore\ \triangle EBD \equiv\ FCD$ (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 55^\circ \times 2 = 70^\circ$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 120^\circ$일 때, $\angle BAI = (\quad\quad)^\circ$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 120^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$,

$\angle A = \angle BAC = 60^\circ$

$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

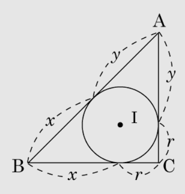
10. 직각삼각형의 둘레의 길이를 24, 빗변의 길이를 10 라 할 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

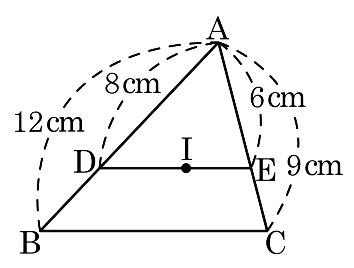
해설

삼각형의 한 꼭짓점과 내접원의 접점을 잇는 두 선분의 길이는 같으므로 내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.



$x + y = 10$ 이고,
$2(x + y + r) = 24$, $x + y + r = 12$ 이므로
$r = 12 - 10 = 2$
$\therefore\ r = 2$

11. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DI}}+\overline{\mathrm{IE}}$ 를 고르면?

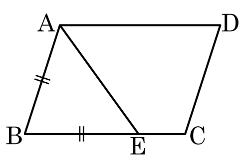


① 6 cm　② 7 cm　③ 8 cm　④ 9 cm　⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DI}}+\overline{\mathrm{EI}}=\overline{\mathrm{DB}}+\overline{\mathrm{EC}}$ 이다. 따라서 $x=\overline{\mathrm{DI}}+\overline{\mathrm{IE}}=\overline{\mathrm{DE}}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\mathrm{cm})$ 이다.

12. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① $54°$ ② $56°$ ③ $58°$

④ $60°$ ⑤ $62°$

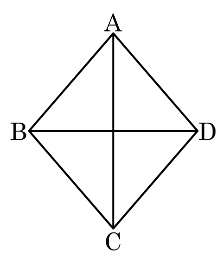
해설

$\angle B = 180° \times \dfrac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

13. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 <u>아닌</u> 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

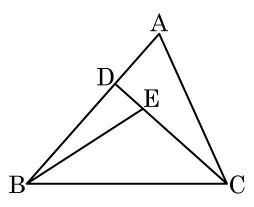
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다. 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는 $24\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DB}}=1:2$, $\overline{\mathrm{DE}}:\overline{\mathrm{EC}}=1:3$ 일 때, $\triangle\mathrm{EBC}$ 의 넓이는?



① $4\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$ ④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

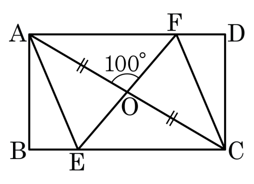
$\triangle\mathrm{DAC}$ 와 $\triangle\mathrm{DBC}$ 의 높이는 같으므로

$\triangle\mathrm{DBC}=24\times\frac{2}{3}=16(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{DBE}$ 와 $\triangle\mathrm{EBC}$ 의 높이는 같으므로

$\triangle\mathrm{BEC}=16\times\frac{3}{4}=12(\mathrm{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle\mathrm{FAO} = \angle\mathrm{EAO}$	㉡ $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}}$
㉢ $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CE}}$	㉣ $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AO}}$
㉤ $\triangle\mathrm{FAO} \equiv \triangle\mathrm{ECO}$	㉥ $\angle\mathrm{FOC} = \angle\mathrm{EOA}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

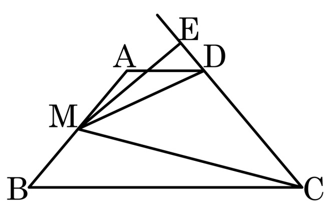
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle\mathrm{AFO}$ 와 $\triangle\mathrm{OEC}$ 에서, $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$, $\angle\mathrm{AOF} = \angle\mathrm{EOC}$, $\angle\mathrm{OAF} = \angle\mathrm{OCE}$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$ 이다.
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle\mathrm{FAO} = \angle\mathrm{EAO}$ 는 아니다.
㉡. $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이지만 항상 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AO}}$는 성립할 필요 없다.

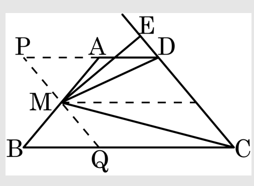
16. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle$CME = 18, $\triangle$EMD = 6 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

$\triangle$PMA ≡ $\triangle$MBQ (ASA 합동)

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PQCD 의 넓이와 같다.

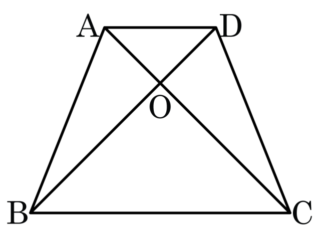
□PQCD = 2$\triangle$DMC

= 2($\triangle$CME − $\triangle$EMD)

= 24

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

17. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle AOD = 9\,cm^2$ 이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\ cm^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{cm^2}$

해설

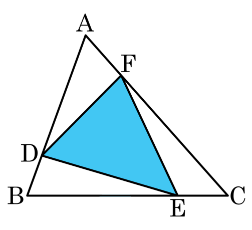
$\triangle DOC = \frac{7}{3} \times 9 = 21\,(cm^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$ 이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{3} \times 21 = 49\,(cm^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(cm^2)$

18. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 6\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $14\,\underline{cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ADF &= \frac{3}{4}\triangle ABF \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\triangle ABC \\ &= \frac{3}{16}\triangle ABC\end{aligned}$$

$\triangle ABC = \dfrac{16}{3}\triangle ADF = \dfrac{16}{3} \times 6 = 32\ (cm^2)$

마찬가지로 $\triangle DBE = \dfrac{3}{16}\triangle ABC$,

$\triangle FEC = \dfrac{3}{16}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF = \dfrac{7}{16}\triangle ABC = \dfrac{7}{16} \times 32 = 14\ (cm^2)$

19. 다음 조건을 만족하는 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 것은 모두 몇 개인가?

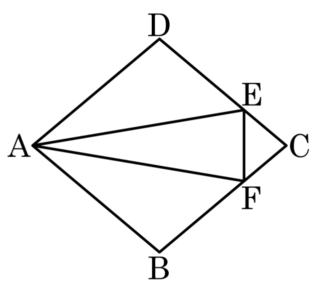
㉠ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 80°$ 인 □ABCD
㉡ $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 인 □ABCD
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 □ABCD
㉣ $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD

① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

평행사변형이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 마름모이고 $\overline{DE} = 2\overline{CE}, \overline{BF} = 2\overline{CF}$ 이다. 마름모의 넓이가 $72 cm^2$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{cm^2}$

해설

$\overline{DE} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle DAE = \frac{2}{3}\triangle DAC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 24(cm^2)$

$\overline{BF} : \overline{CF} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle ABF = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 24(cm^2)$ $\triangle CEF = \frac{1}{3}\triangle CDF = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

$\triangle DBC = \frac{1}{9}\triangle DBC = \frac{1}{18}\square ABCD = 4(cm^2)$

$\therefore \triangle AEF = \square ABCD - \triangle DAE - \triangle ABF - \triangle CEF$

$= 72 - 24 - 24 - 4$

$= 20(cm^2)$