

1. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{15}{8}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

2. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

3. $2x^2 - 5x + 2 = (2x - A)(Bx - C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 4$

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$$

$$(2x - 1)(x - 2) = (2x - A)(Bx - C) \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A + B + C = 1 + 1 + 2 = 4$$

4. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

5. $(x + 3y)^2 - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 5y)(x - y)$

② $(x + 2y)(x - 2y)$

③ $(x - 5y)(x + y)$

④ $(x + 3y)(x + 2y)$

⑤ $(x + 5y)(x + y)$

해설

$$(x + 3y)^2 - 4y^2 = (x + 3y)^2 - (2y)^2 \text{ 이므로}$$

$$x + 3y = A, 2y = B \text{ 라 하면}$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$= (x + 3y + 2y)(x + 3y - 2y)$$

$$= (x + 5y)(x + y)$$

6. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+1)(\textcircled{2})+1 \\ &= (x^2+3x)(\textcircled{3})+1 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+2A+1=(A+1)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+3$

② $x+2$

③ x^2+3x+2

④ x^2+3

⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

7. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니
 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= x^2 - y^2 - 2(x - y) \\&= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\&= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

따라서 $a = -1$, $b = -1$, $c = -2$ 이므로 $a + b + c = -4$

8. 이차식 $ax^2 + 30x + b$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(cx + 3)^2$ 일 때, $\frac{b}{a + c}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{3}{10}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$ax^2 + 30x + b = (cx + 3)^2 = c^2x^2 + 6cx + 9$$

$$\Rightarrow a = c^2, 30 = 6c, b = 9$$

$$\Rightarrow a = 25, c = 5, b = 9$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a + c} = \frac{9}{25 + 5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

9. 두 다항식 $x^2 - 2x - 8$ 과 $4x^2 + 5x - 6$ 의 공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은?

① $4x - 3$

② $5x - 1$

③ $2x - 2$

④ $x - 4$

⑤ $5x - 7$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$$

$$4x^2 + 5x - 6 = (4x - 3)(x + 2)$$

공통인 인수는 $(x + 2)$ 이고,

공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은 $(x - 4) + (4x - 3) = 5x - 7$ 이다.

10. $x^2 - 5x + n$ 이 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) \text{ 에서 } n = 6$$

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4) \text{ 에서 } n = 4$$

$\therefore$ 2 개

11. 수학 수업시간에 민지는 선생님께서 칠판에 적어준 이차식을 잘못보고 다음과 같이 필기하였다. 선생님께서 처음에 적어주신 이차식을 바르게 인수분해하면?

(가) 민지는 x 항의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다.

(나) 경돈이는 민지의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하였더니 $x^2 - 8x + 6$ 이었다.

- ① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+2)(x+3)$ ③ $(x+2)(x+4)$
④ $(x+3)(x+5)$ ⑤ $(x+2)(x+6)$

해설

$$x^2 - 8x + 6 \rightarrow x^2 + 8x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \rightarrow (x+2)(x+4)$$

12. $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 이고, $y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $2(x + y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{3}$

④ $6\sqrt{6}$

⑤ $8\sqrt{6}$

해설

유리화하면, $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$2(x + y) = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

13. $a = 2.43$, $b = 1.73$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2$ 의 값은?

① 0.36

② 0.49

③ 0.64

④ 0.81

⑤ 1.21

해설

$$(a - b)^2 = (2.43 - 1.73)^2 = (0.7)^2 = 0.49$$

14. $a = \sqrt{3} - 4$, $b = 2 + \sqrt{3}$, $c = 3 - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 - ab + ac - bc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(준식)

$$= a(a - b) + c(a - b)$$

$$= (a - b)(a + c)$$

$$= (\sqrt{3} - 4 - 2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4 + 3 - \sqrt{3})$$

$$= (-6) \times (-1)$$

$$= 6$$

15. $a = 8 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 16a + 55$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(a - 11)(a - 5) &= (8 + 2\sqrt{2} - 11)(8 + 2\sqrt{2} - 5) \\ &= (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = -1\end{aligned}$$

해설

$$a = 8 + 2\sqrt{2} \text{ 에서 } a - 8 = 2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면 $a^2 - 16a + 64 = 8$ 이므로

$$a^2 - 16a = -56$$

$$(\text{준식}) = -56 + 55 = -1$$

16. 다음 각 식의 공통인 인수를 () 안에 바르게 나타낸 것은?

① $4xy + 8xz$ (xy)

② $3ab + 3ac + 12ad$ ($3a$)

③ $5a^2b - 7ab^2$ (a^2b^2)

④ $3x + 6x^2 + 9x^3$ ($3x^2$)

⑤ $3a^2 + 6b^2$ ($3ab$)

해설

① $4x(y + 2z)$

② $3a(b + c + 4d)$

③ $ab(5a - 7b)$

④ $3x(1 + 2x + 3x^2)$

⑤ $3(a^2 + 2b^2)$

17. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6

④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$

$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

18. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\boxed{\text{㉠}}x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$$
$$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$$

① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠: $2^2 = 4$

㉢: $4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$

㉡: $9^2 = 81$

㉤: $10 + 3 \times \text{㉤} = 1, \therefore \text{㉤} = -3$

㉣: $(-3) \times 5 = -15$

19. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : C

▷ 정답 : B

▷ 정답 : A

▷ 정답 : D

해설

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

20. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

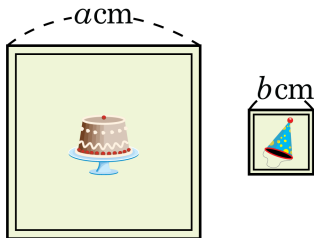
해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

21. 한 변의 길이가 각각 a cm, b cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



① 5 cm

② 20 cm

③ 40 cm

④ 60 cm

⑤ 80 cm

해설

$$4(a + b) = 80 \text{ 이므로 } a + b = 20$$

$$a^2 - b^2 = 100 \text{ 이므로 } (a + b)(a - b) = 100$$

$$a - b = 5$$

$$\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$$

22. $4a^2 - 12ab + 9b^2$ 을 인수분해 하면?

① $(2a + b)(2a - 9b)$

② $(2a + 3b)^2$

③ $(a + b)(4a - 9b)$

④ $(2a - 3b)^2$

⑤ $(4a + b)(a + 9b)$

해설

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$$

23. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

24. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100

② -200

③ -300

④ -450

⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

25. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$ 가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이고

40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이므로

$x + 4$ 또는 $x - 12$ 가 40의 약수가 되어야 한다.

이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,

$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$

26. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 11가지

해설

$$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)} \text{ 이므로}$$

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$$(x-3)(y+1) = 1 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 4 \text{ 일 때,}$$

$$(x, y) = (4, 3)(5, 1)(7, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 9 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 8)(6, 2)$$

$$(x-3)(y+1) = 16 \text{ 일 때, } (x, y) = (5, 7)(7, 3)$$

$$(x-3)(y+1) = 25 \text{ 일 때, } (x, y) = (8, 4)$$

$$(x-3)(y+1) = 36 \text{ 일 때, } (x, y) = (7, 8)(9, 5)$$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 11 가지이다.

27. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$a+1 = A$, $b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$

28. $x^2 - 6x + a = (x - b)^2$ 을 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 27$

해설

$$x^2 - 6x + a = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 = (x - b)^2$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

$$\therefore ab = 27$$

29. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$

$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$

$$= 2$$

30. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$ab = -4$ 를 대입하면 $a + b = 5$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165\end{aligned}$$

31. 두 다항식 $4x^2 - 2xy$ 와 $2x^2 - 6xy^2$ 의 공통인 인수는?

① $2x$

② $3x$

③ xy

④ $2xy$

⑤ $2x^2$

해설

$$4x^2 - 2xy = 2x(2x - y)$$

$$2x^2 - 6xy^2 = 2x(x - 3y^2)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $2x$ 이다.