

1. 두 점 A(3, 6), B(a, 4) 의 중점 M 과 두 점 C(2, 3), D(-4, b) 의 중점 N 이 일치한다고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

중점 M $\left(\frac{3+a}{2}, \frac{6+4}{2}\right)$ 과 중점 N $\left(\frac{2+(-4)}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$ 이 일치

하므로

$$\frac{3+a}{2} = \frac{2+(-4)}{2}, 3+a = -2 \therefore a = -5$$

$$\frac{6+4}{2} = \frac{3+b}{2}, 3+b = 10 \therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. 두 점 A(-2, 1), B(4, 7) 의 중점의 좌표는?

① $M\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

② $M(1, 2)$

③ $M(1, 4)$

④ $M\left(1, \frac{3}{2}\right)$

⑤ $M(2, 2)$

해설

중점 M의 좌표 $M(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{-2 + 4}{2} = 1, y = \frac{1 + 7}{2} = 4$$

따라서 $M(1, 4)$

3. 두 점 A(-4, -3), B(11, 9) 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점의 좌표는?

① (1, 1)

② $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

③ (3, 3)

④ $\left(\frac{7}{5}, \frac{5}{2}\right)$

⑤ (6, 5)

해설

\overline{AB} 를 1 : 2 로 내분하는 점을 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{11 - 8}{1 + 2} = 1, y = \frac{9 - 6}{1 + 2} = 1$$

$$\therefore (1, 1)$$

4. 두 점 A(1, 2), B(7, 5)를 잇는 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① $3\sqrt{3}$

② $4\sqrt{5}$

③ $5\sqrt{2}$

④ $6\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{5}$

해설

\overline{AB} 를 1:2로 내분하는 점을 P(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{1 \times 7 + 2 \times 1}{3} = \frac{9}{3} = 3,$$

$$y = \frac{1 \times 5 + 2 \times 2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

\overline{AB} 를 1:2으로 외분하는 점 Q(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{7 - 2}{-1} = -5,$$

$$y = \frac{5 - 4}{-1} = -1$$

$\therefore P(3, 3), Q(-5, -1)$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(-5 - 3)^2 + (-1 - 3)^2} \\ &= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

5. 두 점 $A(2,0)$, $B(5,3)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 2 : 1 로 내분하는 점을 P , 2 : 1로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{2}$

② $\sqrt{10}$

③ 10

④ 4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$P = \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{3}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{3} \right) = (4, 2)$$

$$Q = \left(\frac{2 \times 5 - 1 \times 2}{2 - 1}, \frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2 - 1} \right) = (8, 6)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

6. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(6)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 한다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

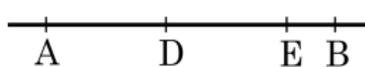
해설

$$\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 3 \text{에서 } P(3)$$

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times (-3)}{3 - 2} = 24 \text{에서 } Q(24)$$

$$\therefore \overline{PQ} = |24 - 3| = 21$$

7. $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이고, $\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이다. $\overline{AD} : \overline{DE}$ 값은?



① 1 : 1

② 2 : 3

③ 1 : 2

④ 2 : 5

⑤ 1 : 3

해설

$\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이므로

$$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또한 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{DB} = 2\overline{AD} \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠과 ㉡로부터

$$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD} = \frac{3}{4} \times 2 \times \overline{AD} = \frac{3}{2}\overline{AD} \quad \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{AD} : \overline{DE} = \overline{AD} : \frac{3}{2}\overline{AD} = 1 : \frac{3}{2} = 2 : 3 \quad \text{이다.}$$

8. $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ 을 3 : 2로 외분하는 점 $C(a, b)$ 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

9. 두 점 A(2, 3), B(-1, -3) 에 대하여 \overline{AB} 를 2 : 1 로 외분하는 점 P 의 좌표는?

① P(4, 9)

② P(4, -9)

③ P(-4, -9)

④ P(-4, 9)

⑤ P(9, 4)

해설

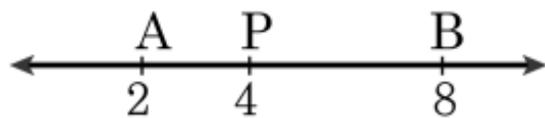
P(a, b) 라 하면,

$$a = \frac{2 \cdot (-1) - 1 \cdot 2}{1} = -4,$$

$$b = \frac{2 \cdot (-3) - 1 \cdot 3}{1} = -9$$

$$\therefore P(-4, -9)$$

10. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여
선분 AP 와 선분 PB의 길이의 비는?



- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 4

해설

선분 AP의 길이는 $4 - 2 = 2$,

선분 PB의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.

따라서 선분 AP와 선분 PB의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

11. 두 점 A (-1, 3), B (6, -2)에 대하여 \overline{AB} 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

① $P\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$

② $P\left(\frac{16}{5}, \frac{4}{5}\right)$

③ $P\left(\frac{16}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

④ $P\left(\frac{3}{5}, 0\right)$

⑤ $P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$

해설

내분점의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 2 \times (-1)}{3 + 2} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{3 \times (-2) + 2 \times 3}{3 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$$

12. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 1 : 3으로 내분하는 점을 P(2, 1) 이라고 할 때, ab 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$P\left(\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3}\right) = P(2, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3} = 2, a + 9 = 8 \therefore a = -1$$

$$\frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3} = 1, b + 6 = 4 \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$

13. 원점 O와 점 A(3, 6)을 이은 선분 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{17}$

해설

$$P\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times 0}{2 - 1}, \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1}\right) = (4, 12) \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

14. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 D, 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 E, 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점을 F, 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점을 G라 하자. 점 D, E, F, G를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G이다.

