

1. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

2. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times$ 3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

3. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.

(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$

$\therefore 25x + 3y = 10500$

(나) $\frac{x+y}{60} = 28$

$\therefore x + y = 1680$

4. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 - ax + 10 = 0$, $x^2 + x + b = 0$ 이 공통근 2를 가질 때, 두 이차방정식의 공통근이 아닌 나머지 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - ax + 10 = 0$, $x^2 + x + b = 0$ 의 공통근이 2이므로 $x = 2$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면 성립한다.

$$2^2 - 2a + 10 = 0, 2^2 + 2 + b = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

이 때, $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x - 5) = 0 \text{이므로 } x = 2, 5$$

또, $x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \text{이므로 } x = 2, -3$$

따라서 공통근이 아닌 나머지 두 근은 5, -3이므로 두 근의 합은 2이다.

5. $|x + 1| + |y - 2| = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 곱 xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$|x + 1| \geq 0, |y - 2| \geq 0$ 이므로 $x + 1 = 0, y - 2 = 0$

$\therefore x = -1, y = 2$

따라서, 구하는 값은 $xy = -1 \cdot 2 = -2$

6. 사차방정식 $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3$ 을 풀면?

① $x = \pm 2$ 또는 $x = 2 \pm 3\sqrt{6}$

② $x = \pm 4$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

④ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) + 3 = 0 \text{ 이므로}$$

$$(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) + 3 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + x = t \text{로 치환하면}$$

$$(t-2)(t-6) + 3 = t^2 - 8t + 12 + 3$$

$$= t^2 - 8t + 15$$

$$= (t-3)(t-5) = 0$$

$$\text{따라서 } (x^2 + x - 3)(x^2 + x - 5) = 0$$

$$x^2 + x - 3 = 0 \text{에서}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 + x - 5 = 0 \text{에서}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

7. 삼차방정식 $(x-1)(x^2+x+a+1)=0$ 의 실근이 1뿐일 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

① $a > -\frac{3}{4}$

② $a > -\frac{3}{2}$

③ $a > -1$

④ $a > 0$

⑤ $a > 1$

해설

준식의 실근이 1뿐이기 위해서는 $x^2+x+a+1=0$ 의 근이 허근이거나 $x=1$ 을 중근으로 가져야 한다.

(i) 허근을 가질 경우

$$D = 1 - 4(a+1) < 0, \quad -3 < 4a$$

$$\therefore a > -\frac{3}{4}$$

(ii) $x=1$ 을 중근으로 가질 경우

$D = 1 - 4(a+1) = 0$ 이고 $1+1+a+1=0$ 을 동시에 만족하는 a 의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $a > -\frac{3}{4}$

8. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면

$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$

$$\therefore (x, y, z) =$$

$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$

$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 6 = 0$ 의 두 근이 정수일 때, 정수 a 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -1, -3

④ 1, 3

⑤ -3, 1

해설

정수근을 가지려면 일단은 $D \geq 0$ 이어야 하므로 $D/4 = (a+2)^2 - 2a^2 - 6 \geq 0$ 에서 $2 - \sqrt{2} \leq a \leq 2 + \sqrt{2} \dots ①$

그런데 a 는 정수이므로 ①에서 $a = 1, 2, 3$

i) $a = 1$ 일 때 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근은
 $x = 2, 4$ (조건을 만족)

ii) $a = 2$ 일 때 $x^2 - 8x + 14 = 0$ 의 두 근은
 $x = 4 \pm \sqrt{2}$ (조건에 위배)

iii) $a = 3$ 일 때 $x^2 - 10x + 24 = 0$ 의 두 근은
 $x = 4, 6$ (조건을 만족)

i), ii), iii)에서 $a = 1, 3$