

1. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x - p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x + 3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

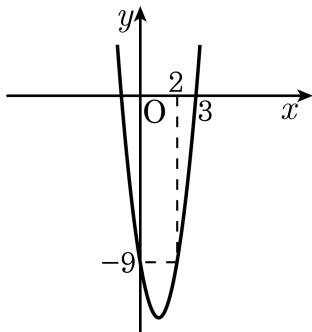
$$-2 = a(0 + 3)^2 + 1 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1 \text{ 이므로}$$

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a - b - c$ 의 값은?



① 6

② 9

③ 12

④ 18

⑤ 24

해설

세 점 $(0, -9)$, $(2, -9)$, $(3, 0)$ 을 지나는 그래프이다.

$(0, -9)$ 를 지나므로 $-9 = c$

$(2, -9)$ 를 지나므로 $-9 = 4a + 2b - 9$

$(3, 0)$ 을 지나므로 $0 = 9a + 3b - 9$

따라서 $a = 3$, $b = -6$, $c = -9$ 이므로

주어진 이차함수는 $y = 3x^2 - 6x - 9$ 이고, $a - b - c = 18$ 이다.

3. x 축과의 교점의 x 좌표가 각각 $-2, 3$ 이고, 한 점 $(0, 6)$ 을 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$(-2, 0), (3, 0)$ 을 지나므로

$y = a(x + 2)(x - 3)$ 이라 하고 $(0, 6)$ 을 대입하면

$$6 = -6a, a = -1$$

$$y = -(x + 2)(x - 3) = -x^2 + x + 6$$

$$a = -1, b = 1, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 6$$

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2

② -2

③ 4

④ -4

⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

i) 의 최댓값과 ii) 의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 3$ 이 $x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $a - m$ 의 값은?

① -9

② 6

③ 3

④ -3

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$$

$x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가지므로

$$a = -3, -a^2 + 3 = m, m = -6$$

$$\therefore a - m = -3 - (-6) = 3$$

6. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

7. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 14

⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,

$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,

$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

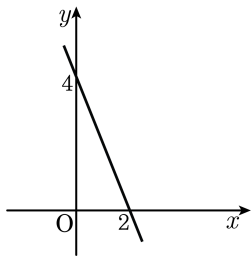
① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a(x + 2)(x - 4)$$

$$= a(x^2 - 2x - 8)$$

$$= a(x - 1)^2 - 9a$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

11. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

12. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

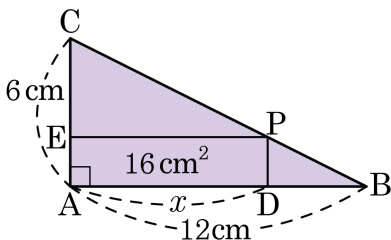
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

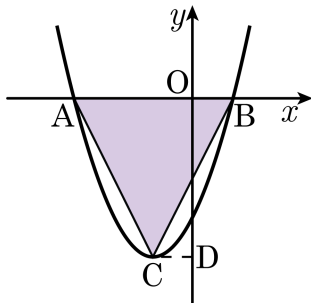
$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

15. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$