

1. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

2. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

3. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

4. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

6. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

① 22

② 23

③ 45

④ 107

⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2

따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

7. 다음 중 합성수인 것은?

① 13

② 29

③ 41

④ 53

⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

8. 다음 소인수분해한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $24 = 2^3 \times 3$

② $36 = 2^2 \times 9$

③ $42 = 2 \times 3 \times 7$

④ $88 = 2 \times 4 \times 11$

⑤ $160 = 2^4 \times 5^2$

해설

② $36 = 2^2 \times 3^2$

④ $88 = 2^3 \times 11$

⑤ $160 = 2^5 \times 5$

9. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

10. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \quad \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

11. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다.
이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의
값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다.
따라서 $a = 5$, $b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

12. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24자리의 수

② 25자리의 수

③ 26자리의 수

④ 27자리의 수

⑤ 28자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26자리의 수이다.

13. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

14. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$

② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

15. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

16. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

17. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

18. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

19. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

20. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

21. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, x = 10, y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

22. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$