1. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

2. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

3. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

4. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(x-4)(x-4) = 0$

㉡ $x^2 - 4x = 0$

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

㉣ $2x^2 + 12x = -9$

㉤ $(x-1)(x+1) = 12x^2 - 5x$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2 = 0$ 이다.

㉠ $x = 4$ (중근)

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x-3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (중근)}$$

5. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

① $x^2 - 4 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x - 2 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

① 두 근의 합 = 0, 곱 = -4

② 두 근의 합 = 2, 곱 = -2

③ 두 근의 합 = -2, 곱 = -2

④ 두 근의 합 = -2, 곱 = -4

⑤ 두 근의 합 = 4, 곱 = 2

6. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10쪽

② 12쪽

③ 14쪽

④ 16쪽

⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

7. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

- ① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12 - x)\text{cm}$

또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm이다.

8. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2 + 2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ -6

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -1$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -2$

$\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$$

$$x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$$

$$x^2 - (3 + 2)x + (-2 + 3 + 1) = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$m = -5, n = 2$$

$$\therefore m + n = -3$$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a = 2, b = -4$

② $a = 4, b = 4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -4$

⑤ $a = -2, b = -4$

해설

한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$

$$\text{두 근의 곱은} = \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{두 근의 합은} \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{b}{a}$$

$$-1 = -\frac{b}{4}$$

$$\therefore b = 4$$

12. 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

준식: $(x - 1)(x - 3) = 0$ 이므로 $x = 1$ 또는 $x = 3$

따라서 두 근의 차는 $3 - 1 = 2$ 이다.

$x = 2$ 가 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근이므로 대입하면

$$2(2)^2 - 5(2) + k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

14. 다음 보기의 조건을 만족하는 다각형은?

보기

㉠ n 각형의 대각선의 총수 : $\frac{n(n-3)}{2}$

㉡ 대각선이 모두 54개인 다각형

① 십각형

② 십일각형

③ 십이각형

④ 십삼각형

⑤ 십사각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$\therefore n = 12 (\because n > 0)$$

15. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11이다.