1. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

2. 168 의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168 을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.
소인수는 2, 3, 7 이다.
$2 + 3 + 7 = 12$

3. $2^2 \times \boxed{} \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$2^2 \times a^n \times 7$

$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \ \therefore \ n = 1$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$3^1 = 3$

4. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30　　② 13, 39　　③ 7, 15
④ 6, 12　　⑤ 12, 15

해설
① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

5. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r|rr} \square & 18 & 54 \\ \hline \square & 9 & 27 \\ \hline \square & \square & 9 \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 54 \\ \hline 3 & 9 & 27 \\ \hline 3 & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

6. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

7. n 이 자연수일 때, $\dfrac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

8. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

9. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수는?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (\boxed{} + 1) \times (1+1) = 18$ (개)

$\therefore$ $\boxed{} = 2$

10. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150,\ 2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3,\ 2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

① 3　② 5　③ 8　④ 9　⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1, c = 1,\ d = 1$ 이므로
$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5$ 이다.

11. 45 와 75 의 공약수의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설
$45 = 3^2 \times 5,\ 75 = 3 \times 5^2$
45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개)

12. x는 $16, 32, 80$의 공배수 중 500 보다 작은 자연수일 때, x값의 개수를 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

16, 32, 80 의 공배수는 160 의 배수이다.
500 보다 작은 160 의 배수는 160, 320, 480 으로 3 개이다.

13. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 240　　② 300　　③ 360　　④ 480　　⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$1440 = L \times 6$ 이다.
$\therefore\ L = 240$

14. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를
$\frac{b}{a}$ 라 하면
a 는 16, 28, 24 의 최대공약수 4 이고,
b 는 75, 45, 25 의 최소공배수 225 이다.
$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$

15. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① 3　　② 6　　③ 12　　④ 27　　⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$432 = 2^4 \times 3^3$

나눠야 할 가장 작은 자연수는 3 이다. 그러므로 3 또는 3× (지수가 짝수인 수) 의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

16. 다음 중 옳은 것은?

① 6 과 21 은 서로소이다.
② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 1 이다.
④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설
① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다.
⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

17. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2　② 3^2　③ 2^3
④ $2^2 \times 3$　⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

18. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

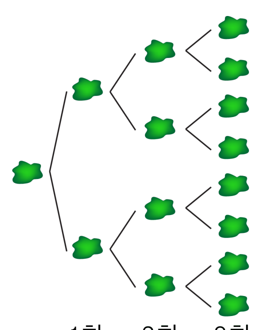
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 꼴이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$)꼴이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

19. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바(처음 한마리부터 차례로 더한 수)가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회

④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1+2=3$ (마리)가 된다.
아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2\times2=4$ (마리) 가 더 생성된다.
따라서 총 마리 수는 $1+2+2^2=7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1+2+2^2+2^3=15$ (마리)가 된다.
이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리 수가 50 마리 이상이 된다.

20. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
$2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
$5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
$\rightarrow a = 3, b = 4$,
$100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
$\therefore$ $100n$ 의 약수의 개수$= 6 \times 7 = 42$(개)