1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \le 0$의 해를 구하면?

① $x \ge 3$ 또는 $x \le -3$
② x는 모든 실수
③ $x \ne 3$인 모든 실수
④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$x^2 - 6x + 9 \le 0$
$(x-3)^2 \le 0$
$\Rightarrow x = 3$

2. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 k의 범위를 정하면 $a < k < \beta$이다. 이 때, $\alpha + \beta$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$이 모든 x에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
$D = k^2 + 4k < 0$에서
$k(k+4) < 0$, $-4 < k < 0$,
$\alpha = -4$, $\beta = 0$
$\therefore \quad \alpha + \beta = -4$

3. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$　② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$　④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ ㈎

㈎를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

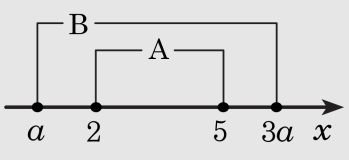
$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

4. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

5. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$를 만족하는 x가 없도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a > 0$　② $-1 < a < 3$　③ $0 \le a \le 3$
④ $-1 < a < 4$　⑤ $-1 \le a \le 4$

해설

(i) $a = 0$일 때, 성립한다.
(ii) $a \neq 0$일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$에서 $D \le 0$이므로
$a^2 - 3a \le 0$
$\therefore 0 < a \le 3 (\because a \neq 0)$

6. x에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a < b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a < 0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b < 0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$을 이항하여 정리하면

$(a-b)x^2 - 2(a-b)x - 3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$이면 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a > b$이면

$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

7. 다음 부등식의 해가 $a < x < b$일 때 ab의 값은?

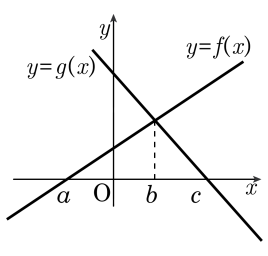
$x^2 + \|x\| - 2 < 0$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x \geq 0$일 때, $|x| = x$이므로
$x^2 + x - 2 < 0,\ (x+2)(x-1) < 0$
$\therefore -2 < x < 1$
이 때, $x \geq 0$과 $-2 < x < 1$의 공통 범위는 $0 \leq x < 1$
(ii) $x < 0$일 때, $|x| = -x$ 이므로
$x^2 - x - 2 < 0,\ (x-2)(x+1) < 0$
$\therefore -1 < x < 2$
이 때 $x < 0$과 $-1 < x < 2$의 공통 범위는 $-1 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-1 < x < 1$

8. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



① $a \leq x \leq b$ ② $a \leq x \leq c$

③ $b \leq x \leq c$ ④ $x \leq b,\ x \geq c$

⑤ $x \leq a,\ x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이
두 가지의 경우가 있다.
$f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0$, $g(x) \leq 0$
그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0,\ g(x) \leq 0$ 의 경우는
없으므로 $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 을 만족하는
x 의 범위를 구하면 된다.
주어진 함수의 그래프를 살펴 보면
$x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0$, $g(x) \geq 0$
$a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$
$x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \leq 0$
따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

9. 두 함수 $f(x) = mx^2 - 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 + 2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) < y < f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-3 < m < 0$ ② $-2 < m \le 3$ ③ $0 \le m < 2$

④ $-2 \le m < 2$ ⑤ $-2 < m \le 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - g(x) > 0$ 을
만족시키는 조건을 구한다.
$f(x) - g(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$
(i) $m + 2 = 0$ 이면 $f(x) - g(x) = 4 > 0$
따라서 $m = -2$ 일 때, 성립한다.
(ii) $m + 2 > 0$, $\frac{D}{4} < 0$ 에서
$-2 < m < 2$
(i), (ii) 에서 $-2 \le m < 2$

10. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \le (a-1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$　② $a > -1$　③ $a \ge -1$

④ $a < -1$　⑤ $a \le -1$

해설

$f(x) = x^2 - (a-1)x - 3$ 이라 두어,
$0 < x < 1$ 에서 $f(x) \le 0$ 되도록 하자.
$f(0) \le 0$ 그리고 $f(1) \le 0$ 이면 된다.
그런데, $f(0) = -3$ 이므로
$f(1) = 1 - (a-1) - 3 \le 0$ 에서 $a \ge -1$