

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

2. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다

$$D = k^2 + 4k < 0 \text{에서}$$

$$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$$

$$\alpha = -4, \beta = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4$$

3. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
 ③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
 ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로

$$(14x - 1)(10x - 1) < 0, \quad 140x^2 - 24x + 1 < 0$$

$$-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

$$\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots (가)$$

(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면

$$-4x^2 - 48x - 140 < 0$$

$$x^2 + 12x + 35 > 0, \quad (x + 7)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -7 \text{ 또는 } x > -5$$

4. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

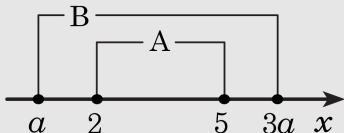
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

5. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

6. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

7. 다음 부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때 ab 의 값은?

$$x^2 + |x| - 2 < 0$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

$$x^2 + x - 2 < 0, (x+2)(x-1) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 1$$

이 때, $x \geq 0$ 과 $-2 < x < 1$ 의 공통 범위는 $0 \leq x < 1$

(ii) $x < 0$ 일 때, $|x| = -x$ 이므로

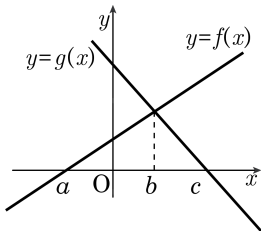
$$x^2 - x - 2 < 0, (x-2)(x+1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 2$$

이 때 $x < 0$ 과 $-1 < x < 2$ 의 공통 범위는 $-1 < x < 0$

(i), (ii) 에서 $-1 < x < 1$

8. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



① $a \leq x \leq b$

② $a \leq x \leq c$

③ $b \leq x \leq c$

④ $x \leq b, x \geq c$

⑤ $x \leq a, x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이 두 가지의 경우가 있다.

$f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$

그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$ 의 경우는 없으므로 $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 을 만족하는 x 의 범위를 구하면 된다.

주어진 함수의 그래프를 살펴 보면

$x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0, g(x) \geq 0$

$a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$

$x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \leq 0$

따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

9. 두 함수 $f(x) = mx^2 - 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 + 2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) < y < f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-3 < m < 0$

② $-2 < m \leq 3$

③ $0 \leq m < 2$

④ $-2 \leq m < 2$

⑤ $-2 < m \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - g(x) > 0$ 을 만족시키는 조건을 구한다.

$$f(x) - g(x) = (m + 2)x^2 - 2(m + 2)x + 4 > 0$$

(i) $m + 2 = 0$ 이면 $f(x) - g(x) = 4 > 0$

따라서 $m = -2$ 일 때, 성립한다.

(ii) $m + 2 > 0$, $\frac{D}{4} < 0$ 에서

$$-2 < m < 2$$

(i), (ii) 에서 $-2 \leq m < 2$

10. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \leq (a - 1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$

② $a > -1$

③ $a \geq -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \leq -1$

해설

$f(x) = x^2 - (a - 1)x - 3$ 이라 두어,
 $0 < x < 1$ 에서 $f(x) \leq 0$ 되도록 하자.

$f(0) \leq 0$ 그리고 $f(1) \leq 0$ 이면 된다.

그런데, $f(0) = -3$ 이므로

$f(1) = 1 - (a - 1) - 3 \leq 0$ 에서 $a \geq -1$