

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

2. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -7

⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$$

따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$ 이므로

$$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$$

3. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $-4 < a < 3$

② $-2 < a < 4$

③ $-2 < a < 6$

④ $2 < a < 4$

⑤ $2 < a < 6$

해설

$$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하려면

이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을

D 라 할 때,

$D < 0$ 이어야 하므로

$$D = a^2 - 4(a + 3) < 0$$

$$a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < a < 6$$

4. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

5. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

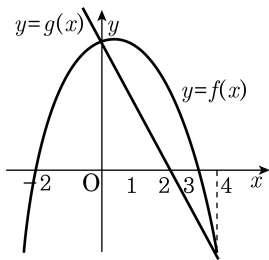
$$-k + 2 \geq -4, \quad k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, \quad k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

6. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

7. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

8. 이차부등식 $x^2 - |x| - 6 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

① 5

② 10

③ 13

④ 16

⑤ 18

해설

$x \geq 0$ 일 때

$$x^2 - x - 6 < 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) < 0$$

$$-2 < x < 3 \quad \therefore 0 \leq x < 3$$

$x < 0$ 일 때

$$x^2 + x - 6 < 0 \text{에서 } (x+3)(x-2) < 0$$

$$-3 < x < 2 \quad \therefore -3 < x < 0$$

$$\therefore -3 < x < 3 \text{이므로 } a = -3, b = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$$

9. 부등식 $[x]^2 \geq [x+2]$ 를 풀면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $x \leq 0$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq 0$ 또는 $x > 2$

③ $x < 0$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 0$ 또는 $x \geq 1$

⑤ $x < 1$ 또는 $x \geq 3$

해설

$$[x]^2 \geq [x+2] \text{ 에서 } [x]^2 \geq [x] + 2$$

$$[x]^2 - [x] - 2 \geq 0, ([x] - 2)([x] + 1) \geq 0$$

$$\therefore [x] \leq -1 \text{ 또는 } [x] \geq 2$$

$$\therefore x < 0 \text{ 또는 } x \geq 2$$

10. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

11. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (a^2 - 5a - 6)x - a + 1 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a 의 값을 모두 더하면?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱) < 0 이므로

$$-a + 1 < 0 \quad \therefore a > 1 \cdots \textcircled{1}$$

(두 근의 합) ≥ 0 이므로

$$-(a^2 - 5a - 6) \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 6 \leq 0$$

$$(a - 6)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $a = 2, 3, 4, 5, 6$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

12. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm

② 10 cm

③ 12 cm

④ 15 cm

⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$$a(12 - a) \geq 35 \text{ 에서 } (a - 5)(a - 7) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq a \leq 7$$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

13. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 의 그래프가 직선 $y = 3x + 10$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $x < a$ 또는 $x > b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? (단, $a < b$ 이다.)

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$x^2 + 2x + 4 > 3x + 10 \text{ 에서 } x^2 - x - 6 > 0, (x + 2)(x - 3) > 0$$

$$\therefore x < -2 \text{ 또는 } x > 3$$

$$\text{따라서, } a = -2, b = 3 \text{ 이므로 } a + b = 1$$

14. 이차함수 $y = -2x^2 - 2x + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2 - 2x + 1 > mx + n$,

즉 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 < 0$ 의 해가

$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로

방정식 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 = 0$ 의 해가

$x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{m+2}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{n-1}{2} = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$m = -3, \quad n = -2$$

$$\therefore mn = 6$$

15. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x - 3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$$

$$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 4) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 4$$