

1. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $13 = Q(1) + R$   
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

2. 등식  $x^3 + x - 1 = (x-a)(x-b)(x-c)$ 가 항등식일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2      ② 5      ③ 3      ④ 7      ⑤ -7

해설

$$\begin{aligned}x^3 + x - 1 &= (x-a)(x-b)(x-c) \\ &= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc \\ \therefore a+b+c &= 0, ab+bc+ca = 1, abc = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc & \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\ \therefore a^3 + b^3 + c^3 &= 3\end{aligned}$$

3.  $x$ 에 관계없이  $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{2x-b} &= k \text{라 놓으면,} \\ (2k-1)x + (a-bk) &= 0 \\ \therefore 2k-1 &= 0, a=bk \text{이므로} \\ k &= \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.} \\ \therefore \frac{b}{a} &= 2 \end{aligned}$$

4.  $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가  $x$ 에 대한항등식이 되도록 실수  $a+b+c+p$ 의 값을 구하면?

① -1      ② 1      ③ -2      ④ 2      ⑤ 0

해설

양변에  $x = p$ 를 대입하면

$$p^3 - p^2 + 2 = 0$$

$$(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$$

따라서 주어진 식은

$$x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$$

양변에  $x = 0$ 을 대입하면  $2 = a + b + c$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

해설

$$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

$$\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$$

$$= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$$

양변을 비교하면,  $x+1 = x-p$ ,

$$x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$$

$$\therefore p = -1$$

$$\text{또 } x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$$

$$= ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$$

$$\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$$

$$\therefore b = -4, c = 5$$

따라서  $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$

$$\therefore a + b + c + p = 1$$

5.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

- ① 12      ② 8      ③ 4      ④ 0      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 1 \cdots \textcircled{1} \\2x - y + z &= 5 \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z &= 2 \Rightarrow z = 2 - x \\ \textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y &= 3 \Rightarrow y = x - 3 \\ \therefore ax^2 + by^2 + cz^2 &= 6 \\ \Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2 \\ &= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6 \\ \text{모든 실수 } x, y, z \text{에 대해 성립하려면} \\ a + b + c &= 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6 \\ \text{위의 식을 연립하여 풀면, } a &= 1, \quad b = 2, \quad c = -3 \\ \therefore 3a + 2b + c &= 4\end{aligned}$$