

1. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

- ① $m(a + b) = ma + mb$
- ② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
- ④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- ⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\&= 2000^2 - 1^2\end{aligned}$$

2. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

- ① $4^8 + 3^8$ ② $4^{15} - 3^{15}$ ③ $4^{15} + 3^{15}$
④ $4^{16} - 3^{16}$ ⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned}(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\&= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\&= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\&= (4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\&= (4^8-3^8)(4^8+3^8) \\&= 4^{16} - 3^{16}\end{aligned}$$

3. $a = (3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \cdots (3^{1024}+1)$ 이라고 할 때 곱셈

공식을 이용하여 a 의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l+m)$ 이다.

○] 때, $k+l+m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$$a = (3+1)(3^2+1) \cdots (3^{1024}+1)$$

양변에 $(3-1)$ 을 곱하면

$$(3-1)a = (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \cdots (3^{1024}+1)$$

$$= (3^2-1)(3^4+1) \cdots (3^{1024}+1)$$

$$= (3^8-1) \cdots (3^{1024}+1)$$

⋮

$$= (3^{2048}-1)$$

양변을 2로 나누면

$$a = \frac{1}{2}(3^{2048}-1)$$

$$\therefore k=2, l=2048, m=-1$$

$$\therefore k+l+m=2049$$

4. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수=2

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,

계수=1

ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수=3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서 $2+1+3=6$

5. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

- ① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$
- ② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$
- ③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
- ④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$
- ⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

6. 다항식 $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ 을 전개하면?

- ① $a^2 - b^2$ ② $a^3 - b^3$
③ $a^3 + b^3$ ④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

$$\text{공식} : (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

7. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 &= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\&= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$
$$①' = ① \diamond | \text{으로}$$
$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$
$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

9. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



- ① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$
④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

10. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\= 2x^2 + 12xy + y^2\end{aligned}$$

11. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax + by = 0$ ② $a + b = x + y$ ③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
④ $x = y$ ⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 = 0$$

$\therefore ay - bx = 0$ ($\because a, x, b, y$ 는 실수)

따라서, $ay = bx$ 이 $\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

12. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(y+1)(z+1) \\= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\= 7\end{aligned}$$

13. $(a - b + c)(a - b - c)$ 를 전개하면?

- ① $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$ ② $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$
③ $a^2 + b^2 + c^2 + abc$ ④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$
⑤ $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}(a - b + c)(a - b - c) &= [(a - b) + c][(a - b) - c] \\ &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab\end{aligned}$$

14. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항) \times (삼차항) 에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항) \times (일차항) 에서 $6x^2$

$\therefore x^2$ 의 계수는 $19 + 6 = 25$

15. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 합을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

16. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

- ① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1) \text{에서}$$

i) (일차항) \times (일차항)의 경우 $9x^2$

ii) (이차항) \times (상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$

$$\therefore 5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$$

$$\therefore 19$$

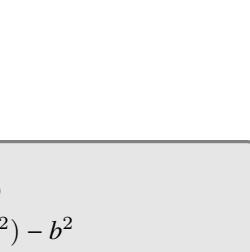
17. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

- ① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$
- ② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$
- ③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$
- ④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$
- ⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

18. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일 때, 사각형 GBFH의 넓이는?

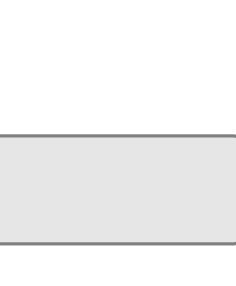


- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square \text{GBFH} &= \square \text{ABCD} - \square \text{AGHE} - \square \text{EFCD} \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는?



① $6a^2 - 7ab + 2b^2$ ② $36a^2 - 42ab + 12b^2$

③ $48a^2 - 48ab + 12b^2$ ④ $12a^2 - 12ab + 3b^2$

⑤ $48a^2 + 48ab + 12b^2$

해설

$$(6a - 3b)(8a - 4b) = 48a^2 - 48ab + 12b^2$$