

1. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?
- ① 몫: $x - 1$, 나머지: 1
 - ② 몫: $x - 1$, 나머지: 4
 - ③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1
 - ④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1
 - ⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

1	1	-2	5	-3
		1	-1	4
	1	-1	4	1

$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

2. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

4. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

5. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

6. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

7. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

8. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

9. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$$
$$\therefore a + b + c = 4$$

10. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x + 1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

11. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

12. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000\end{aligned}$$

13. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

14. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x &= A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48 = (A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\\therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8) = 10\end{aligned}$$

15. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

16. 다항식 $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$ 가 되었다. 이 때 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\ &= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\ &= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy) \\ \therefore m + n &= 0\end{aligned}$$

17. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

18. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\ &= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\ &= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

19. 다항식 $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 5x + 5y + 3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

- ① $3x + 3y - 2$ ② $3x - y - 4$ ③ $3x + y + 4$
④ $3x + y - 2$ ⑤ $3x - y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + (3y + 5)x - (2y^2 - 5y - 3) \\ &= (2x + (2y + 1))(x - (y - 3)) \\ &\therefore (2x + 2y + 1) + (x - y + 3) = 3x + y + 4 \end{aligned}$$

20. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$

② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$

③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$

④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$

⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x + (2y - 1)\}$$

$$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$$

21. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y + 1$ ② $2x + y - 1$ ③ $2x - y - 1$
④ $x + 2y + 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

22. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

23. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1
- ② 1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

24. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{가}} a + \boxed{\text{나}}(b-c) \\ &= \boxed{\text{다}} \{a^2 - \boxed{\text{라}} a + \boxed{\text{나}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{마}} \end{aligned}$$

- ① (가) $(b^2 - c^2)$ ② (나) bc ③ (다) $(b - c)$
- ④ (라) $(b + c)$ ⑤ (마) $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

25. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

26. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) $= a^3(b-c) - a(b^3 - c^3) + bc(b^2 - c^2)$
 $= (b-c)\{a^3 - a(b^2 + bc + c^2) + bc(b+c)\}$
 $= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2 - ca) - a(c^2 - a^2)\}$
 $= (b-c)(c-a)(b^2 + bc - ac - a^2)$
 $= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2 - a^2)\}$
 $= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

27. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(2x-1)(2x+1)$

② $(x+1)(2x+1)(2x-1)$

③ $(x+1)(2x+1)(3x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)(3x+1)$

⑤ $(x-1)(2x+1)(2x-1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x+1)(6x^2 - x - 1)$

$= (x+1)(2x-1)(3x+1)$

28. 다음 중 $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 3$ ④ $x + 3$ ⑤ $x + 2$

해설

준식을 인수정리와 조립제법을 이용하여 정리하면

$$(x - 1)(x - 3)(x + 2)(x + 3) = 0$$

※ 최고차항의 계수가 1 인 다항식에서 인수정리를 사용할 때, 상수항의 약수 중에서 대입하여 0이 되는 정수를 찾아본다.

29. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$
$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$
$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$
$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

30. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

31. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2+b^2+c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3+b^3+c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5 + 2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

32. $x^2 = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1}$ 의 값은?

㉠ $8 - 6\sqrt{2}$

㉡ $8 - 4\sqrt{2}$

㉢ $5 - 6\sqrt{2}$

㉣ $5 - 4\sqrt{2}$

㉤ $3 - 6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1} &= \frac{x^4(x - 1) - 3(x - 1)}{x - 1} \\ &= \frac{(x^4 - 3)(x - 1)}{x - 1} \\ &= x^4 - 3 \\ &= (3 - \sqrt{2})^2 - 3 \\ &= 11 - 6\sqrt{2} - 3 = 8 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

33. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

34. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 을 변형하면} \\(\text{준식}) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

35. $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

- ① $a - b$
- ② $b + c$
- ③ $c + a$
- ④ $a + b + c$
- ⑤ abc

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)(a^2 - a(c + b) + bc) \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$

36. 실수 x, y 가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 13

② $\frac{1173}{32}$

③ 55

④ 69

⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 + x + y \\ &= xy(x + y) + (x + y) \\ &= (xy + 1)(x + y) \\ &= 7(x + y) = 63, \\ & x + y = 9, xy = 6 \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 81 - 12 = 69 \end{aligned}$$

37. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

38. $x + y - 1 = 0$ 일 때, 다음 중 $2x^2 + y^2 - xy - 8$ 의 인수인 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $4x + 5$

⑤ $4x + 7$

해설

$$\begin{aligned} & x + y - 1 = 0 \text{ 에서 } y = -x + 1 \\ \therefore & 2x^2 + y^2 - xy - 8 \\ &= 2x^2 + (-x + 1)^2 - x(-x + 1) - 8 \\ &= 4x^2 - 3x - 7 \\ &= (4x - 7)(x + 1) \end{aligned}$$

39. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

40. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\ (x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

41. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\&= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pg = (-18) \times (-4) = 72$$

42. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

43. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

44. $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$2^5 = x$ 라 두면

$$\begin{aligned}\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^7-1)}{x^7-1} \\ &= x-1 = 2^5-1 = 31\end{aligned}$$

45. $a - b = 1 + i, b - c = 1 - i$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

$a - b = 1 + i \cdots \cdots \textcircled{1}$

$b - c = 1 - i \cdots \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 계산하면 $a - c = 2$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$= \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \}$

$= \frac{1}{2} \{ (1 + i)^2 + (1 - i)^2 + (-2)^2 \}$

$= \frac{1}{2} \{ 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 + 4 \}$

$= 2$

46. $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 없는 것은?

- ① $a + b$
- ② $2a - 2b$
- ③ $2b - 2a$
- ④ $2b - 2c$
- ⑤ 0

해설

a 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$
 $= (c-b)a^2 - (c^2-b^2)a + bc^2 - b^2c$
 $= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b)$
 $= (c-b) \{ a^2 - (c+b)a + bc \}$
 $= (c-b)(a-b)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $= (a-b)(b-c)(c-a) \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $= (b-c)(b-a)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $= (c-a)(b-c)(b-a) \cdots \textcircled{\text{㉣}}$
㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a - 2b$
㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2c$
㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2a$

47. $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ 을 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

- ① $a + b$
- ② $b + c$
- ③ $a + c$
- ④ $a^2 + ab + bc + ca$
- ⑤ $a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \{(a + b + c)^3 - a^3\} - (b^3 + c^3) \\&= (a + b + c - a)\{(a + b + c)^2 + (a + b + c)a + a^2\} \\&\quad - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\&= (b + c)(3a^2 + 3ab + 3bc + 3ca) \\&= 3(b + c)(a^2 + ab + bc + ca) \\&= 3(b + c)\{a(a + b) + c(a + b)\} \\&= 3(a + b)(b + c)(c + a)\end{aligned}$$

48. $10^{20} - 4$ 과 $10^{30} - 8$ 의 최대공약수는 몇 자리의 자연수인가?

① 10자리

② 11자리

③ 12자리

④ 13자리

⑤ 14자리

해설

$$\begin{aligned}10^{20} - 4 &= (10^{10})^2 - 2^2 \\&= (10^{10} - 2)(10^{10} + 2) \\10^{30} - 8 &= (10^{10})^3 - 2^3 \\&= (10^{10} - 2)(10^{20} + 10^{10} \times 2 + 4) \\\therefore \text{최대 공약수는 } &2(10^{10} - 2) = 2 \cdot 10^{10} - 4 \\\therefore &11\text{자리수}\end{aligned}$$

49. $a - b = 2 - \sqrt{3}$, $b - c = 2 + \sqrt{3}$ 인 세 수 a , b , c 에 대하여 $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ 의 값은?

- ① 4 ② 3 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} a - b &= 2 - \sqrt{3} \dots\dots\textcircled{A} \\ b - c &= 2 + \sqrt{3} \dots\dots\textcircled{B} \\ \textcircled{A} + \textcircled{B} \text{을 계산하면 } a - c &= 4 \\ a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) \\ &= a^2(b - c) + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b - c) - a(b^2 - c^2) + b^2c - c^2b \\ &= a^2(b - c) - a(b + c)(b - c) + bc(b - c) \\ &= (b - c)(a^2 - a(b + c) + bc) \\ &= (b - c)(a - b)(a - c) \\ &= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \cdot 4 = 4 \end{aligned}$$

50. a, b, c, d 가 실수이고 $a^2 - b^2 = 3$, $c^2 + d^2 = 4$, $ab = 1$, $cd = 2$ 일 때, $a^2d^2 - b^2c^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$a^2 - b^2 = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$c^2 + d^2 = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$ab = 1 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$cd = 2 \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉣} \text{에서 } (c - d)^2 = 0 \quad (\because 2cd = 4)$$

$$\therefore c = d, \quad c^2 = d^2 = 2 \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉤} \text{에서 } a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$$