

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

2. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

3. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$\begin{aligned} 64 &\leq 16x - x^2 \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 0 \\ \Rightarrow (x - 8)^2 &\leq 0 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

4. x 에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a 의 범위는?

① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

② $-3 \leq a \leq 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1) - 1$ 을 전개하여 이항하면 $x^2 + (1-a)x - a + 1 < 0$
이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$ 이면 부등식의 해가 없다.

$$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 1$$

5. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

6. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

- ① $3 < x < 7$ ② $-3 < x < 1$ ③ $x < 2, x > 3$
④ $-1 < x < 2$ ⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

7. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)
i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 3$
ii) $a > b$ 이면
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$, $x \geq 3$