

1. 이차부등식  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

①  $x \geq 3$  또는  $x \leq -3$

②  $x$ 는 모든 실수

③  $x \neq 3$ 인 모든 실수

④  $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

2. 이차부등식  $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

①  $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

②  $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③  $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤  $x = \frac{3}{2}$

해설

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

3.  $64 \leq 16x - x^2$  의 해를 구하면?

①  $4 \leq x \leq 8$

②  $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤  $x \leq 8$

해설

$$64 \leq 16x - x^2$$

$$x^2 - 16x + 64 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 8)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 8$$

4.  $x$ 에 대한 부등식  $x(x+1) < a(x+1) - 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 실수  $a$ 의 범위는?

①  $a \leq -3$  또는  $a \geq 1$

②  $-3 \leq a \leq 1$

③  $a < -3$  또는  $a > 1$

④  $-3 < a < 1$

⑤  $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1) - 1$ 을 전개하여 이항하면  $x^2 + (1-a)x - a + 1 < 0$   
이차항의 계수가 양수이므로 판별식  $D \leq 0$ 이면 부등식의 해가 없다.

$$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 1$$

5. 부등식  $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 가 존재하기 위한 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > -1$

②  $a > -\frac{1}{2}$

③  $a > -\frac{1}{3}$

④  $a > -\frac{1}{4}$

⑤  $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i)  $a = 0$ 이면  $x > 0$

$\therefore$  실수해가 존재한다.

ii)  $a > 0$  이면  $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는  $x$ 값이 반드시 존재한다.

iii)  $a < 0$ 이면  $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$

$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0$  이므로  $-\frac{1}{3} < a < 0$

i), ii), iii)에서  $a > -\frac{1}{3}$

6. 부등식  $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가  $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식  $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

①  $3 < x < 7$

②  $-3 < x < 1$

③  $x < 2, x > 3$

④  $-1 < x < 2$

⑤  $x < -2, x > 4$

### 해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가  $x > \frac{3}{2}$ 이려면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식  $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

7.  $x$ 에 관한 이차부등식  $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ①  $a < b$ 일 때,  $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ②  $a < b$ 일 때,  $x \leq -1, x \leq 3$ 이다.
- ③  $a < 0$ 일 때,  $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④  $b < 0$ 일 때,  $x \leq -1, x \geq 3$ 이다.
- ⑤  $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면  
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로  $a \neq b$ )

i)  $a < b$ 이면  $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii)  $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$