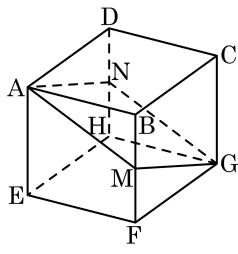


1. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



- ① $50\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 100 cm^2 ④ $50\sqrt{5}\text{ cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\text{ cm}^2$

해설

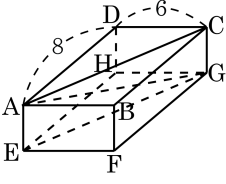
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$$

2. 직육면체 $ABCD - EFGH$ 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\square AEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $\overline{CG} = x$ 라 하면

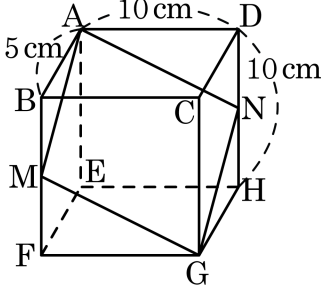
$$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$$

$$x^2 = 9 \quad \therefore x = 3$$

$$\overline{AC} = \overline{EG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$\therefore \square AEGC$ 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M, $\overline{DH}$ 의 중점을 N이라 할 때, $\square AMGN$ 의 넓이를 구하여라.

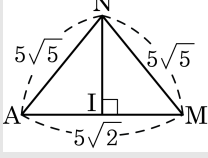


▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 75 cm^2

해설

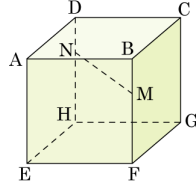
$\square AMGN$ 은 평행사변형이므로
 $\square AMGN = 2\triangle AMN$
 $\overline{AM} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\overline{AN} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$
 $\triangle AMN$ 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\begin{aligned}\overline{NI} &= \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2} \\ &= \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\square AMGN \text{의 넓이}) &= 2 \times (\triangle AMN \text{의 넓이}) \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI} \\ &= 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2} \\ &= 75(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 인 정육면체에서 모서리 BF, DH 를 각각 2 : 3 으로 내분하는 점을 N, M이라 한다. 정육면체를 세 점 E, M, N을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 둘레의 길이를 구하여라.

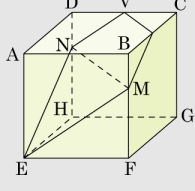


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{20}{3}\sqrt{34} + \frac{10}{3}\sqrt{2}$

해설

세 점 E, M, N 을 포함하는 평면으로 자른 단면은 다음 그림과 같다.



$$\overline{EN} \parallel \overline{MW} \text{ 이므로 } \frac{\overline{BM}}{\overline{BW}} = \frac{\overline{NH}}{\overline{EH}}$$

$$\frac{1}{\overline{BW}} = \frac{3}{20} \quad \therefore \overline{BW} = \frac{20}{3}$$

$$\overline{CW} = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\overline{EM} \parallel \overline{NV} \text{ 이므로 } \frac{\overline{DN}}{\overline{DV}} = \frac{\overline{FM}}{\overline{EF}}$$

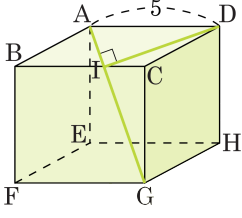
$$\frac{1}{\overline{DV}} = \frac{3}{20} \quad \therefore \overline{DV} = \frac{20}{3}$$

$$\overline{CV} = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$

따라서 단면의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} & \overline{EM} + \overline{MW} + \overline{WV} + \overline{VN} + \overline{EN} \\ &= \sqrt{10^2 + 6^2} + \sqrt{4^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2} + \frac{10}{3}\sqrt{2} \\ & \quad + \sqrt{4^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2} + \sqrt{10^2 + 6^2} \\ &= \frac{20}{3}\sqrt{34} + \frac{10}{3}\sqrt{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$$\overline{AG} = 5\sqrt{3}$$

$$\triangle DGH \text{ 에서 } \overline{DG} = 5\sqrt{2}$$

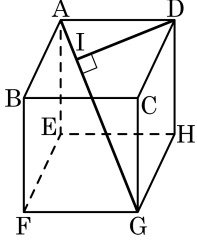
$\triangle AGD$ 에서 $\angle ADG = 90^\circ$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DG} = \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{DI}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times \overline{DI}$$

$$\therefore \overline{DI} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D에서 대각선 AG에 내린 수선 DI의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$$\overline{AG} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\triangle DGH \text{에서 } \overline{DG}^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 24$$

$$\therefore \overline{DG} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)} \quad (\because \overline{DG} > 0)$$

$\triangle AGD$ 에서 $\angle ADG = 90^\circ$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DG} = \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{DI}$$

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{DI}$$

$$\therefore \overline{DI} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$