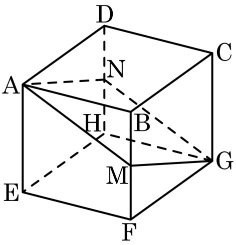
1. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $100\,\text{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

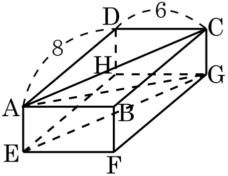
(마름모의 넓이) $=$ (대각선) $\times$ (대각선) $\times \dfrac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\text{cm})$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

2. 직육면체 ABCD – EFGH 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, □AEGC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $\overline{CG} = x$ 라 하면

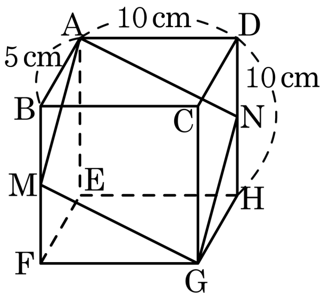
$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$

$x^2 = 9 \qquad \therefore\ x = 3$

$\overline{AC} = \overline{EG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

∴ □AEGC 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 75 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

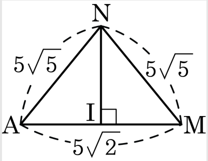
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$$

$$= \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$$

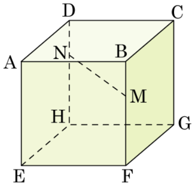
$$(\square\text{AMGN의 넓이}) = 2\times(\triangle\text{AMN의 넓이})$$

$$= 2\times\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{NI}$$

$$= 5\sqrt{2}\times\frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$= 75(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 인 정육면체에서 모서리 BF, DH 를 각각 2 : 3 으로 내분하는 점을 N, M이라 한다. 정육면체를 세 점 E, M, N을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 둘레의 길이를 구하여라.

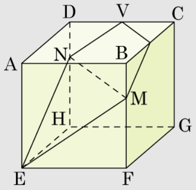


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{20}{3}\sqrt{34}+\frac{10}{3}\sqrt{2}$

해설

세 점 E, M, N 을 포함하는 평면으로 자른 단면은 다음 그림과 같다.



$\overline{EN} \,//\, \overline{MW}$ 이므로 $\frac{\overline{BM}}{\overline{BW}}=\frac{\overline{NH}}{\overline{EH}}$

$\frac{1}{\overline{BW}}=\frac{3}{20} \qquad \therefore \ \overline{BW}=\frac{20}{3}$

$\overline{CW}=10-\frac{20}{3}=\frac{10}{3}$

$\overline{EM} \,//\, \overline{NV}$ 이므로 $\frac{\overline{DN}}{\overline{DV}}=\frac{\overline{FM}}{\overline{EF}}$

$\frac{1}{\overline{DV}}=\frac{3}{20} \qquad \therefore \ \overline{DV}=\frac{20}{3}$

$\overline{CV}=10-\frac{20}{3}=\frac{10}{3}$

따라서 단면의 둘레의 길이는

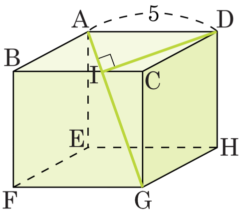
$\overline{EM}+\overline{MW}+\overline{WV}+\overline{VN}+\overline{EN}$

$=\sqrt{10^2+6^2}+\sqrt{4^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2}+\frac{10}{3}\sqrt{2}$

$\quad+\sqrt{4^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2}+\sqrt{10^2+6^2}$

$=\frac{20}{3}\sqrt{34}+\frac{10}{3}\sqrt{2}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{AG} = 5\sqrt{3}$

$\triangle DGH$ 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$

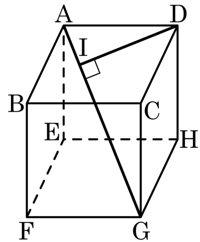
$\triangle AGD$ 에서 $\angle ADG = 90°$ 이므로

$\dfrac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DG} = \dfrac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{DI}$

$\dfrac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{2} = \dfrac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times \overline{DI}$

$\therefore\ \overline{DI} = \dfrac{5\sqrt{6}}{3}$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{DGH}$ 에서 $\overline{\mathrm{DG}}^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 24$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DG}} = 2\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})\ \left(\because\ \overline{\mathrm{DG}} > 0\right)$

$\triangle\mathrm{AGD}$ 에서 $\angle\mathrm{ADG} = 90^\circ$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{DG}} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{DI}}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{\mathrm{DI}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DI}} = 2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$