

1. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이고 대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 일 때, 이 직육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $54\sqrt{2}$

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, \sqrt{2}k, 2k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 이므로

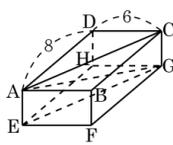
$$\sqrt{k^2 + (\sqrt{2}k)^2 + (2k)^2} = 3\sqrt{7}$$

$$7k^2 = 63, k^2 = 9, k > 0 \text{ 이므로 } k = 3$$

따라서 세 변의 길이는 $3, 3\sqrt{2}, 6$ 이다.

따라서 이 직육면체의 부피는 $3 \times 3\sqrt{2} \times 6 = 54\sqrt{2}$ 이다.

2. 직육면체 $ABCD - EFGH$ 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $AD = 8$, $CD = 6$ 일 때, $\square AEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $CG = x$ 라 하면

$$AG = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$$

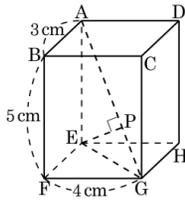
$$x^2 = 9 \quad \therefore x = 3$$

$$AC = EG = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$\therefore \square AEGC$ 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E에서 대각선 AG에 내린 수선의 발을 P라 할 때, \overline{EP} 의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{2}$ cm
 ③ $3\sqrt{2}$ cm ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm
 ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm



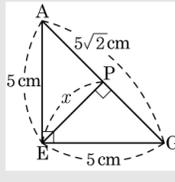
해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

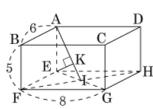
$$\overline{AE} \times \overline{EG} = \overline{AG} \times \overline{EP} \text{ 이므로}$$

$$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$$

$$x = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (cm) 이다.}$$



4. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E에서 AI에 내린 수선의 발을 K라 할 때, EK의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\overline{EG} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \quad \therefore \overline{EI} = 5$$

$$\overline{AI} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$\triangle AEI$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EI} = \frac{1}{2} \times \overline{AI} \times \overline{EK}$$

$$25 = 5\sqrt{2} \times \overline{EK} \quad \therefore \overline{EK} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

5. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, 2k, 3k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$$

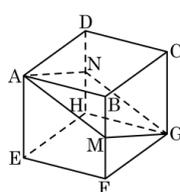
$$14k^2 = 224, k^2 = 16$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 \overline{BF} , \overline{DH} 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



- ① $50\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ 100cm^2 ④ $50\sqrt{5}\text{cm}^2$
 ⑤ $50\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.