

1. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,
 $\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

- ① 0 ② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$
④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

2. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

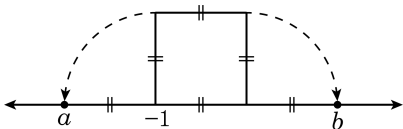
$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

4. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{b-a}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

5. $ax^2 + 24x + b = (3x + c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x + c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

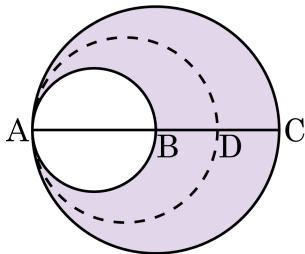
$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

6. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 =$$

$$2\pi xy$$

7. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore k^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$

8. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{5} \ a + b < 0$$

9. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

10. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$

② xy

③ $-xy$

④ $-xz$

⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.

따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

$$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$$

$$= -2xy$$

11. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$$abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126$$

$$abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504$$

$$abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7)$$

$$abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7)$$

$$abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7)$$

$$abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8)$$

$$abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)$$

12. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

13. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$

14. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A + B + C + D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

① $x - 2a$

② $x - a$

③ x

④ $x + a^2$

⑤ $x^2 + a$

해설

(i) $x^2 - ax + b = AB$

$$= (x + \alpha)(x + \beta)$$

$$= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$A + B = (x + \alpha) + (x + \beta)$$

$$= 2x + \alpha + \beta = 2x - a$$

(ii) $x^2 + ax - b = CD$

$$= (x + \gamma)(x + \delta)$$

$$= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta$$

$$C + D = (x + \gamma) + (x + \delta)$$

$$= 2x + \gamma + \delta = 2x + a$$

$$\therefore x(A + B + C + D) - 4a^2$$

$$= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2$$

$$= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a)$$

15. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

① 5

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}(58 - 42)(58 + 42)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10 \end{aligned}$$