

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x-5, b = 1$$

$$\therefore a+b = 2x-4$$

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

3. 등식 $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\&= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

4. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$x^2 + y^2 = 4$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

6. $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$ 를 계산하면?

① $\sqrt{15}$

② $-\sqrt{15}$

③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$

⑤ -15

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \cdot \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

7. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$

② $-2x+1$

③ 3

④ -3

⑤ $x+1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

8. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}} = -\sqrt{\frac{a}{a-2}}$ 를 만족하는 실수 a 에 대하여 $|a-2|+|a|$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (a < 0, b \geq 0)$$

$$\therefore a \geq 0, \quad a-2 < 0 \Rightarrow 0 \leq a < 2$$

$$\therefore |a-2| + |a| = -(a-2) + a = 2$$

9. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a + bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= (\sqrt{-3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{-2}) - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= \sqrt{-6} \times \sqrt{-6} - \sqrt{-2} - \sqrt{-2} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{2}i - \sqrt{2}i = -6 - 2\sqrt{2}i \\ \therefore ab &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

10. $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 하면?

① $1 + 4i$

② $2 + 4i$

③ $-2 + 4i$

④ $-2 + i$

⑤ $-2 - 4i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2}i \cdot \sqrt{2}i + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} + 2 \cdot 2i + \frac{\sqrt{5}i}{\sqrt{5}} = -2 - i + 4i + i = -2 + 4i \end{aligned}$$

11. 실수 k 에 대하여 $\frac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k-2}} = -\sqrt{\frac{k-1}{k-2}}$ 이 성립할 때, $|k-3| + |k-1|$ 을 간단히 하면?

① -2

② 4

③ 2

④ $|2k-4|$

⑤ $|-2k-2|$

해설

$$k-1 \geq 0, k-2 < 0$$

$$1 \leq k < 2$$

$$|k-3| + |k-1| = -(k-3) + (k-1) = 2$$

12. 실수 a, b 에 대하여 $(a+b-5)^2 + \sqrt{(ab+3)^2} = 0$, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① $-\sqrt{13}$

② $-\sqrt{37}$

③ $\sqrt{19}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{37}$

해설

$$(a+b-5)^2 + \sqrt{(ab+3)^2} = (a+b-5)^2 + |ab+3| = 0 \rightarrow a+b=5, ab=-3, (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 37$$

$$a-b = \pm\sqrt{37} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \text{ 가 성립하려면, } a < 0 \text{ 그리고 } b \geq 0 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a-b < 0 \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에서 } a-b = -\sqrt{37}$$

13. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

14. x, y 가 실수일 때, $(1+i)x + (1-i)y = \frac{2-i}{1+i}$ 을 만족하는 x, y 의 값은?

- ① $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 1$ ③ $x = 1, y = -\frac{1}{2}$
④ $x = 1, y = 1$ ⑤ $x = 1, y = \frac{1}{2}$

해설

$$(x+y) + (x-y)i = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{2}, \quad x-y = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1$$

15. 실수 x, y 에 대하여 $(1+i)x + (i-1)y = 2i$ 일 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(1+i)x + (i-1)y = 2i$$

$$(x-y) + (x+y)i = 2i$$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0$, $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore x=1$, $y=1$

$$\therefore x+y=2$$

16. 다음 등식을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값을 구하면?

$$(1+2i)x+(1+i)y=1+3i$$

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$(x+y)+(2x+y)i=1+3i$$

$$x+y=1, \quad 2x+y=3$$

$$x=2, \quad y=-1$$

17. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

18. $x = 1 + 2i$, $y = \frac{1+2i}{1-i}$, $z = \frac{1-2i}{1-i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

㉠ $-1 + 3i$

㉡ $-1 - 2i$

㉢ $-1 + 2i$

㉣ $-1 - i$

㉤ $-1 + i$

해설

$$\begin{aligned} x &= 1 + 2i, y = \frac{1+2i}{1-i}, z = \frac{1-2i}{1-i} \\ \therefore xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{-3+4i+5} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i} \\ &= \frac{1-i}{1-i} \\ &= 1 \end{aligned}$$

19. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

20. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 2i$

② 0

③ 20

④ $-2 + 4i$

⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 2, \quad z_1 z_2 = 2 \\ z_1^3 + z_2^3 &= (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

21. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

22. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \bar{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(a + bi)(1 - i) + 1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a + b + 1) - (a - b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a + b + 1 = a, \therefore b + 1 = 0 \text{ 이므로 } b = -1$$

$$a - b = b \text{ 이므로 } a + 1 = -1 \text{ 에서 } a = -2$$

따라서 w 의 실수부분은 -2

23. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\sqrt{5}$ ③ 0 ④ ± 5 ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \\ z &= \bar{z} \text{ 이면 실수이므로 허수부분이 } 0 \text{이다.} \\ \therefore a &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

24. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 다음을 만족하는 z 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

- ① $z = 1 \pm \sqrt{3}i$

②

 $z = 2 \pm \sqrt{3}i$

③ $z = 3 \pm \sqrt{3}i$
- ④ $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$

⑤ $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$$z = a + bi$$
$$z + \bar{z} = 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7$$
$$\therefore a = 2, b = \pm \sqrt{3}$$
$$\therefore z = 2 \pm \sqrt{3}i$$

25. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$
- ④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

㉠ $x-3 \leq 0, \quad x \leq 3$

㉡ $2-x \leq 0, \quad x \geq 2$

㉠, ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로

$\therefore 2 \leq x \leq 3$

26. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ &\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ &\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

27. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

28. 복소수 $z = (1+i)x^2 + (5+2i)x + 3(2-i)$ 에서 z 가 순허수일 때, 실수 x 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 5x + 6) + (x^2 + 2x - 3)i \\ &= (x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)i \end{aligned}$$

순허수가 되려면 실수부=0, 허수부 $\neq$ 0
 $\therefore x = -2$

29. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

30. $\sqrt{(y-x)^2} + (y-1)i = -2x - 3i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned} |y-x| + (y-1)i &= -2x - 3i \\ |y-x| &= -2x \\ y-1 &= -3 \quad \therefore y = -2 \\ \text{(i) } y \geq x \text{ 일 때} \\ y-x &= -2x, y = -x, x = 2 \text{ (모순)} \\ \text{(ii) } y < x \text{ 일 때} \\ x-y &= -2x, y = 3x \\ \therefore x &= -\frac{2}{3} \text{ (정답)} \\ \therefore \frac{x}{y} &= \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

31. x, y 가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{ 는 양의 실수})$$

32. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $z - \bar{z} = 2i$, $\frac{\bar{z}}{z} = -i$ 가 성립할

때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 13

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$z - \bar{z} = 2i$ 에서 $a + bi - (a - bi) = 2i$, $2bi = 2i$

$\therefore b = 1$

$\frac{\bar{z}}{z} = -i$ 에서 $\frac{a - i}{a + i} = -i$

$\frac{(a - i)^2}{a^2 + 1} = -i$, $\frac{a^2 - 1 - 2ai}{a^2 + 1} = -i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

(i) 실수부분이 0이어야 하므로

$$\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = 0, a^2 - 1 = 0$$

$$\therefore a = \pm 1 \quad \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 허수부분이 -1이어야 하므로

$$\frac{-2a}{a^2 + 1} = -1, a^2 + 1 = 2a$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0, (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1 \quad \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $a = 1$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = (1 + i)(1 - i) = 1 + 1 = 2$$

33. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ i ④ $-i$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^n + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^n \\ &= i^n + (-i)^n \text{ (} n \text{은 홀수)} \\ &= i^n - i^n = 0 \end{aligned}$$

34. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$)

- $\textcircled{\tiny \neg}$ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

$\textcircled{\tiny \cup}$ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

$\textcircled{\tiny \ominus}$ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

$\textcircled{\tiny \oplus}$ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

- ① $\textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}$

② $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}$

③ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \oplus}$

④ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}$

⑤ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}$
- 해설

$\alpha = a + bi, \beta = a - bi$ (a, b 는 실수)
 $\textcircled{\tiny \neg} \alpha + \beta = 2a, \alpha\beta = a^2 + b^2$
 $\textcircled{\tiny \cup} \alpha\beta = 0, a^2 + b^2 = 0, a = 0, b = 0$
 $\textcircled{\tiny \ominus}$ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\textcircled{\tiny \oplus}$ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$

35. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1-i}{1+i} = -i, \frac{1+i}{1-i} = i$ 이므로

$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

$= f(-i) + f(i)$

$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$

$= i^{98} + (-i)^{98}$

$= i^2 + i^2$

$= -2$

36. 두 복소수 x, y 에 대하여 $x + y = 2 + 3i$ 라 할 때, $x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$ 의 값은?

㉠ 13

㉡ $11 + 2i$

㉢ 12

㉣ $12 - i$

㉤ 11

해설

$$x + y = 2 + 3i, \bar{x} + \bar{y} = 2 - 3i$$

$$x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$$

$$= x(\bar{x} + \bar{y}) + y(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (x + y)(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (2 + 3i)(2 - 3i)$$

$$= 13$$

37. $\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

- ① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i$ 에서 $\bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i$ 이므로

$$\begin{aligned} &\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ &= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ &= 7 - i \end{aligned}$$

38. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

- ① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$$\begin{aligned}\bar{z} &= 1 - i \\ \frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1+i} - \frac{i}{1-i} \\ &= -\frac{2i}{(1+i)(1-i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

39. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\ &= \alpha(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\ &= (-1 - i)(-1 + i) \\ &= 2 \end{aligned}$$

40. a, b 는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1 - 3i$

② $2 + 3i$

③ $4 - 2i$

④ $-3 + 2i$

⑤ $2 - 5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i$ (a, b 는 양수)

① $1 - 3i$ 에서 $a+b=1, a-b=-3$

$a=-1, b=2 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

② $2 + 3i$ 에서 $a+b=2, a-b=3$

$a=\frac{5}{2}, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4 - 2i$ 에서 $a+b=4, a-b=-2$

$a=1, b=3 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3 + 2i$ 에서 $a+b=-3, a-b=2$

$a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2 - 5i$ 에서 $a+b=2, a-b=-5$

$a=\frac{3}{2}, b=\frac{7}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

41. $z = \frac{1+i}{1-i}$ 일 때, $1+z+z^2+\cdots+z^{2008}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ i ⑤ 1

해설

$$z = \frac{1+i}{1-i} = i, z^2 = -1, z^3 = -i, z^4 = 1$$

(준식) : $1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$$1+i-1-i=0$$

$$1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$$

$$= 0+0+\cdots+0+z^{2008}$$

$$= z^{2008}$$

$$= (z^4)^{502}$$

$$= 1$$

42. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

43. $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 가 성립할 때,
 $\sqrt{(y-x+1)^2+3} \sqrt{x^3-y^3-3xy(x-y)}+|x|$ 를 간단히 하면?

- ① $x-1$ ② $-x+1$ ③ $2y-3x+1$
④ $3x-2y-1$ ⑤ $-3x-2y-1$

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \text{ 일 때, } y \geq 0, x < 0$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |y-x+1| + \sqrt[3]{(x-y)^3} + |x| \\ &= y-x+1+x-y-x = -x+1 \end{aligned}$$