

1. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 12$

② $-2a + 2b$

③ 0

④ $2a - 12$

⑤ $2b - 12$

해설

$$a < b \text{ 에서 } a - b < 0$$

$$5 < a \text{ 에서 } 5 - a < 0$$

$$5 < b \text{ 에서 } b - 5 > 0$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5) \\ &= -a + b + 5 - a + b - 5 \\ &= -2a + 2b \end{aligned}$$

2. $\sqrt{24+x}=7$ 을 만족하는 x 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 16

② 25

③ 32

④ 36

⑤ 38

해설

$$(\sqrt{24+x})^2 = 7^2$$

$$24+x=49$$

$$\therefore x=25$$

3. $x = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$x = \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$y = \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$xy = 4(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4$$

$$x + y = 4\sqrt{3}, \quad y - x = 4\sqrt{2} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2 + \left(\frac{y-x}{xy}\right)^2 \\ &= \left(\frac{4\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2 \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

4. $\sqrt{12}$ 의 소수 부분을 a , $2 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① $3\sqrt{3} - 3$

② $2 - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{3} - 1$

④ $2\sqrt{3} - 2$

⑤ $1 - \sqrt{3}$

해설

$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $a = \sqrt{12} - 3$

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분 $b = \sqrt{3} - 1$

$$\begin{aligned}\therefore b - a &= (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{12} - 3) \\ &= \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

5. $(a\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+1) = b\sqrt{3}+7$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(a\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+1) &= 3a-2+(a-2)\sqrt{3} \\ &= b\sqrt{3}+7\end{aligned}$$

$$3a-2=7 \quad \therefore a=3$$

$$a-2=b \quad \therefore b=1$$

$$\therefore a+b=3+1=4$$

6. $(x+4)^2 - 2(x+4) - 15$ 의 x 의 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $2x + 6$

② $2x - 6$

③ $2x + 8$

④ $x^2 + 6$

⑤ 6

해설

$x + 4 = t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}t^2 - 2t - 15 &= (t - 5)(t + 3) \\&= (x + 4 - 5)(x + 4 + 3) \\&= (x - 1)(x + 7)\end{aligned}$$

$$\therefore (x - 1) + (x + 7) = 2x + 6$$

7. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3x + 6)^2$

② $(x^2 + 3x - 1)^2$

③ $(x^2 - 3x + 3)^2$

④ $(x^2 - 5x + 3)^2$

⑤ $(x^2 + 3x + 1)^2$

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$$

$$x^2 + 3x = A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} A(A + 2) + 1 &= A^2 + 2A + 1 = (A + 1)^2 \\ &= (x^2 + 3x + 1)^2 \end{aligned}$$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

9. 자연수 x 에 대하여
 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수) 라고 할 때, $f(90) - f(40)$
의 값은? (단, x 는 자연수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$81 < 90 < 100 \text{ 이므로 } 9 < \sqrt{90} < 10$$

$$\therefore f(90) = 9$$

$$36 < 40 < 49 \text{ 이므로 } 6 < \sqrt{40} < 7$$

$$\therefore f(40) = 6$$

$$\therefore f(90) - f(40) = 9 - 6 = 3$$

10. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6$, $b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b - a > 0$

㉡ $a - b < 0$

㉢ $ab < 0$

㉤ $a + 3 < 0$

㉦ $b - \sqrt{7} < 2$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦

해설

$$b - a = \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6)$$

$$\begin{aligned} \text{㉠} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$a - b = \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})$$

$$\begin{aligned} \text{㉡} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\text{㉢} \quad a = \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0$$

$$b = \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore ab < 0$$

$$\text{㉤} \quad a + 3 = (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore a + 3 < 0$$

$$\text{㉦} \quad (\text{좌변}) = b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3}$$

$$(\text{우변}) = 2 = \sqrt{4}$$

$$\therefore b - \sqrt{7} < 2$$

11. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

12. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $\sqrt{101} - 1$

③ $\sqrt{102} - 1$

④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$$

$$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + \sqrt{102}$$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \\ \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

14. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

① $2\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x + y > 0 \text{ 이므로 } x + y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

15. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.