

1. 이차방정식 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값을 구하면?

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 + 5x - 6 = 0$
 $(x + 6)(x - 1) = 0$
 $x = -6$ 또는 $x = 1$
큰 근 1 이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $3 + m - 2 = 0$
 $\therefore m = -1$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

① $3 - \sqrt{5}$

② $-3 - \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $-3 + \sqrt{5}$

⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

3. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
 $ak^2 + bk = -4$ 이므로
 $ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

5. 이차방정식 $(x-2)^2 = 3x-6$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a-b)(a+b) - 3(a+b)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= 3x-6 \\ x^2 - 4x + 4 &= 3x-6 \\ x^2 - 7x + 10 &= 0 \\ (x-2)(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ 또는 } x = 5 \\ a &= 5, b = 2 \text{ 이므로} \\ (a-b)(a+b) - 3(a+b) &= (a+b)(a-b-3) \\ &= (5+2)(5-2-3) \\ &= 0\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a(1 + 4 - 12) + b = 0$$

$$-7a + b = 0, \quad b = 7a$$

$a(x^2 - 4x - 12) + 7a = 0$ 양변을 a 로 나누면

$$x^2 - 4x - 12 + 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \quad \text{또는} \quad x = 5$$

7. 두 이차방정식 $2x^2 + x + a = 0$, $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$x = 3$ 을 대입하면

$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

8. x 에 관한 이차방정식 $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 중근 a 를 가질 때, ak 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지려면, $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$$\therefore k = 2 \text{ 일 때, 중근 } a = 4 \text{ 또는 } k = -2 \text{ 일 때, 중근 } a = -4$$

$$\therefore ak = 8$$

9. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 6$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} 3(x+2)^2 &= 6 \\ (x+2)^2 &= 2 \\ x+2 &= \pm\sqrt{2} \\ \therefore x &= -2 \pm \sqrt{2} \\ \therefore (-2 + \sqrt{2}) + (-2 - \sqrt{2}) &= -4 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 3x + 3 = 0$

② $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

① $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

12. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

13. 이차방정식 $2x^2 + 6x + 2m + 3 = 0$ 의 두 근의 합은 a 이고, 곱은 $\frac{9}{2}$ 일 때, $a + m$ 의 값은? (단, m 은 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

두 근의 합 $a = -3$

두 근의 곱 $\frac{9}{2} = \frac{2m+3}{2}$

$\therefore m = 3$

$\therefore a + m = -3 + 3 = 0$

14. 일의 자리의 수가 5인 두 자리의 정수가 있다. 이 수가 이 수의 십의 자리의 수보다 3만큼 큰 수의 제곱과 같을 때, 이 수는?

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

십의 자리 수를 x 라 하면

$$10x + 5 = (x + 3)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

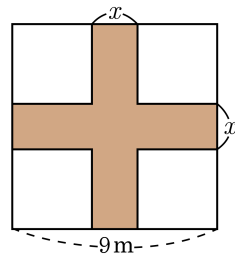
$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 수는 $10 \times 2 + 5 = 25$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m



해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x - 2)(x - 16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because x < 9) \end{aligned}$$

16. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{따라서 양수인 근 } a \text{ 는 } 2 + \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

17. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

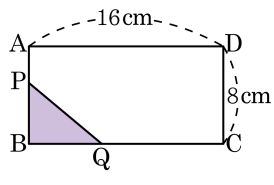
$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 \quad (\because n > 0)$$

18. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 15cm^2 가 되는지 모두 구하여라.
-

▶ 답: 초▶ 답: 초

▶ 정답 : 3초

▶ 정답 : 5초

해설

x 초 후 $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\Delta \text{PBQ} = 2x(8-x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x-3)(x-5) = 0$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.

19. 이차방정식 $p^2x^2 - 3x - q = 0$ 이 서로 다른 두 자연수 α, β 를 근으로 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$p^2x^2 - 3x - q = 0$ 은 서로 다른 두 자연수 α, β ($\alpha \neq \beta$) 를 근으로 가지므로

$$\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}, \alpha\beta = -\frac{q}{p^2}$$

이때, α, β 가 자연수이므로 $\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}$ 도 자연수이다.

$$\therefore p^2 = 1 \text{ 또는 } p^2 = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3 \text{ 또는 } \alpha + \beta = 1$$

여기서 α, β 는 서로 다른 자연수이므로 $\alpha + \beta = 1$ 이 될 수 없다.

따라서 $p^2 = 1$ 이고 $\alpha + \beta = 3$ 이다.

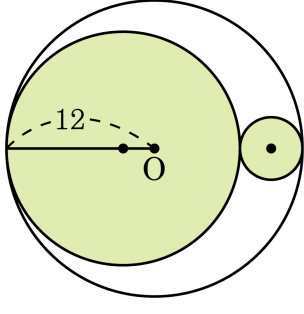
$$\alpha + \beta = 3 \text{ 에서 } \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -\frac{q}{p^2} \text{ 이므로 } q = -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + p^2 + q^2 = 4 + 1 + 1 + 4 = 10$$

20. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때,

색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



- ① $4 + 2\sqrt{3}$
- ② $6 + 2\sqrt{3}$
- ③ $4 + 3\sqrt{2}$
- ④ $3 + 2\sqrt{6}$
- ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

(큰 원의 반지름) $=x$
(작은 원의 반지름) $=\frac{24-2x}{2}=12-x$
 $\pi\{x^2+(12-x)^2\}=144\pi\times\frac{2}{3}$
 $x^2-12x+24=0$
 $x=6\pm2\sqrt{3}$
 $\therefore x=6+2\sqrt{3} (\because 6<x<12)$