

1. 이차방정식  $x^2 + 5x - 6 = 0$  의 두 근 중 큰 근이  $3x^2 + mx - 2 = 0$  의 한 근일 때,  $m$  의 값을 구하면?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 1$$

큰 근 1 이  $3x^2 + mx - 2 = 0$  의 한 근이므로

$$x = 1 \text{ 을 대입하면 } 3 + m - 2 = 0$$

$$\therefore m = -1$$

2. 이차방정식  $x^2 + ax + 4 = 0$  의 한 근이  $3 - \sqrt{5}$  일 때, 다른 한 근을  $b$  라 하자. 이때,  $a + b$  의 값은?

①  $3 - \sqrt{5}$

②  $-3 - \sqrt{5}$

③  $3 + \sqrt{5}$

④  $-3 + \sqrt{5}$

⑤  $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은  $b = 3 + \sqrt{5}$  이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

3. 이차방정식  $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 의 한 근이  $x = -2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식  $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 에  $x = -2$ 를 대입하면,  
 $4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

4. 이차방정식  $ax^2 + bx + 4 = 0$  의 한 근을  $k$  라고 할 때,  $ak^2 + bk + 1$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$  의 한 근이  $k$  이므로  $ak^2 + bk + 4 = 0$  ,

$ak^2 + bk = -4$  이므로

$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

5. 이차방정식  $(x-2)^2 = 3x-6$  의 두 근을  $a, b$  라고 할 때,  $(a-b)(a+b) - 3(a+b)$  의 값을 구하여라. (단,  $a > b$ )

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(x-2)^2 = 3x-6$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3x - 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

$a = 5, b = 2$  이므로

$$(a-b)(a+b) - 3(a+b) = (a+b)(a-b-3)$$

$$= (5+2)(5-2-3)$$

$$= 0$$

6. 이차방정식  $a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$  의 한 근이  $-1$  일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$a(x^2 - 4x - 12) + b = 0$  에  $x = -1$  을 대입하면

$$a(1 + 4 - 12) + b = 0$$

$$-7a + b = 0, b = 7a$$

$a(x^2 - 4x - 12) + 7a = 0$  양변을  $a$  로 나누면

$$x^2 - 4x - 12 + 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

7. 두 이차방정식  $2x^2 + x + a = 0$ ,  $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -27

해설

$x = 3$ 을 대입하면

$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

8.  $x$  에 관한 이차방정식  $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$  이 중근  $a$  를 가질 때,  $ak$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

중근을 가지려면,  $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$  을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$\therefore k = 2$  일 때, 중근  $a = 4$  또는  $k = -2$  일 때, 중근  $a = -4$

$$\therefore ak = 8$$

9. 이차방정식  $3(x+2)^2 = 6$  의 두 근의 합을 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$3(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore (-2 + \sqrt{2}) + (-2 - \sqrt{2}) = -4$$

10. 이차방정식  $3x^2 - 6x - 2 = 0$  을  $(x-a)^2 = b$  의 꼴로 나타낼 때,  $2a + 3b$  의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

①  $x^2 + 3x + 3 = 0$

②  $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③  $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④  $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤  $(x - 2)^2 = 3$

해설

①  $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.

나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

12. 다음 식이  $x$  에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는  $k$  의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$  의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

13. 이차방정식  $2x^2 + 6x + 2m + 3 = 0$  의 두 근의 합은  $a$  이고, 곱은  $\frac{9}{2}$  일 때,  $a + m$  의 값은? (단,  $m$  은 상수)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

두 근의 합  $a = -3$

$$\text{두 근의 곱 } \frac{9}{2} = \frac{2m + 3}{2}$$

$$\therefore m = 3$$

$$\therefore a + m = -3 + 3 = 0$$

14. 일의 자리의 수가 5인 두 자리의 정수가 있다. 이 수가 이 수의 십의 자리의 수보다 3만큼 큰 수의 제곱과 같을 때, 이 수는?

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

십의 자리 수를  $x$ 라 하면

$$10x + 5 = (x + 3)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 수는  $10 \times 2 + 5 = 25$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가  $32\text{m}^2$  인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

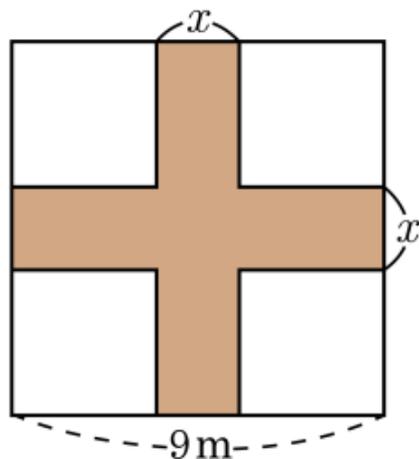
① 1 m

② 2 m

③ 3 m

④ 4 m

⑤ 5 m



해설

$$9x + 9x - x^2 = 32$$

$$(x - 2)(x - 16) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x < 9)$$

16. 기호  $[a]$  는  $a$  의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면  $[1.2] = 1$ ,  $[\sqrt{5}] = 2$  이다. 이차방정식  $x^2 - 4x - 7 = 0$  의 근 중 양수인 것을  $a$  라 할 때,  $(a - [a] + 3)^2$  의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$  에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근  $a$  는  $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$  이므로  $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

17. 한 원 위에  $n + 1$  개의 점을 잡아  $n + 1$  각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44개 일 때,  $n$  의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

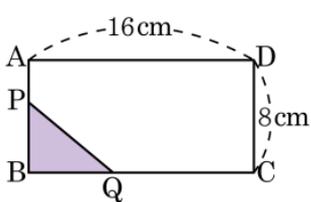
$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n > 0)$$

18. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 cm, 8 cm 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는  $\overline{AB}$  위를 점 A 에서 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는  $\overline{BC}$  위를 점 B 에서 점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q 가 각각 점 A, B 를 동시에 출발할 때 몇 초 후에  $\triangle PBQ$  의 넓이가  $15 \text{ cm}^2$  가 되는지 모두 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3초

▷ 정답 : 5초

### 해설

$x$  초 후,  $\overline{BP}$ ,  $\overline{BQ}$  의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x - 5) = 0$$

따라서  $x = 3$  또는  $x = 5$  이다.

19. 이차방정식  $p^2x^2 - 3x - q = 0$  이 서로 다른 두 자연수  $\alpha, \beta$  를 근으로 가질 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2$  의 값을 구하여라. (단,  $p, q$  는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$p^2x^2 - 3x - q = 0$  은 서로 다른 두 자연수  $\alpha, \beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) 를 근으로 가지므로

$$\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}, \alpha\beta = -\frac{q}{p^2}$$

이때,  $\alpha, \beta$  가 자연수이므로  $\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}$  도 자연수이다.

$$\therefore p^2 = 1 \text{ 또는 } p^2 = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3 \text{ 또는 } \alpha + \beta = 1$$

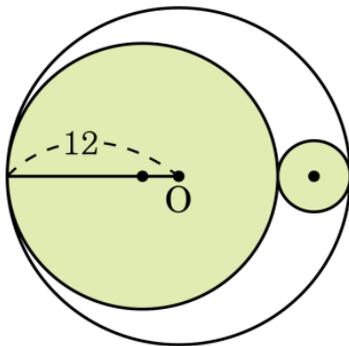
여기서  $\alpha, \beta$  는 서로 다른 자연수이므로  $\alpha + \beta = 1$  이 될 수 없다.  
따라서  $p^2 = 1$  이고  $\alpha + \beta = 3$  이다.

$$\alpha + \beta = 3 \text{ 에서 } \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -\frac{q}{p^2} \text{ 이므로 } q = -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + p^2 + q^2 = 4 + 1 + 1 + 4 = 10$$

20. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의  $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



①  $4 + 2\sqrt{3}$

②  $6 + 2\sqrt{3}$

③  $4 + 3\sqrt{2}$

④  $3 + 2\sqrt{6}$

⑤  $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} (\because 6 < x < 12)$$