1. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2=x^2-y^2-z^2-2xy+2yz-2zx$

② $(3x-2y)^3=27x^3-54x^2y+18xy^2-8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2)=x^9-y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)=x^4+4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1)=x^3+y^3-3xy-1$

해설

① $(x-y-z)^2=x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx$

② $(3x-2y)^3=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$=x^6-y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$=x^3+y^3-3xy-1$

2. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2-5x+b의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

각 식에 $x=2$을 대입하면 0이 된다.

i) x^2+ax-2에 $x=2$를 대입하면

$4+2a-2=0 \therefore\ a=-1$

ii) x^2-5x+b에 $x=2$를 대입하면

$4-10+b=0 \therefore\ b=6$

$\therefore\ a+b=-1+6=5$

3. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기]의 다항식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

㉠ $x+f(x)$	㉡ $x-g(x)$
㉢ $x+f(x)g(x)$	

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠,㉡

④ ㉠,㉢ ⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

$f(x)+g(x)=(x+1)Q(x)$

$f(x)-g(x)=(x+1)Q'(x)+2$

$x=-1$ 을 두 식에 각각 대입하면

$f(-1)+g(-1)=0\cdots$①

$f(-1)-g(-1)=2\cdots$②

①, ②을 연립하여 풀면 $f(-1)=1, g(-1)=-1$

보기의 식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것은 $x=-1$ 을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.

㉠ $-1+f(-1)=-1+1=0$

㉡ $-1-g(-1)=-1+1=0$

㉢ $-1+f(-1)g(-1)=-1+1\times(-1)=-2$

$\therefore$ ㉠, ㉡

4. 복소수 z 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이고 $z \neq 0$ 이다

㉠ $z + \overline{z}$	㉡ $z\overline{z}$	㉢ $(z - \overline{z})^2$
㉣ $\dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{\overline{z}}$	㉤ $\dfrac{\overline{z}}{z}$	

① ㉠ ② ㉠ ,㉡

③ ㉠ ,㉡ ,㉢ ④ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣

⑤ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣ ,㉤

해설

$z = a + bi$ 라 하자 $\Rightarrow$ $\overline{z} = a - bi$

㉠ $z + \overline{z} = 2a$

㉡ $z\overline{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$

㉢ $(z - \overline{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$

㉣ $\dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{\overline{z}} = \dfrac{a - bi}{a^2 + b^2} - \dfrac{a + bi}{a^2 + b^2} = \dfrac{-2bi}{a^2 + b^2}$

㉤ $\dfrac{\overline{z}}{z} = \dfrac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$