1. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0),\ (2, 6),\ (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$

2. 서로 평행한 두 직선 $2x+y=1$, $2x+y=a$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 계산하면 된다.

$2x+y=1$ 의 $(0,1)$

$$\frac{|2\times 0+1\times 1-a|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$$

$$|1-a|=5$$

$$\therefore \quad a=6\ (\because\ a>0)$$

3. 직선 $3x-y-3=0$ 위의 점 중에서 직선 $12x+5y+14=0$ 과의 거리가 2 인 점의 좌표를 (a,b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단 $a>0$)

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

점 (a,b) 가 직선 $3x-y-3=0$ 위에 있으므로

$3a-b-3=0 \quad \therefore b=3a-3$

점 $(a,3a-3)$ 과 직선 $12x+5y+14=0$ 사이의

거리가 2 이므로 $\dfrac{|12a+5(3a-3)+14|}{\sqrt{12^2+5^2}}=2$,

$\dfrac{|27a-1|}{13}=2$, $|27a-1|=26, 27a-1=\pm 26$

$\therefore \ a=1$ 또는 $a=-\dfrac{25}{27}$

$a>0$ 이므로 $a=1, b=0$,

$\therefore \ a+b=1$

4. y축 위의 한 점 P로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 좌표는?

① $(1\ ,-2\ )$ ② $(-1\ ,2\ )$ ③ $(0\ ,2\ )$

④ $(0\ ,1\ )$ ⑤ $(0\ ,-2\ )$

해설

y 축 위의 한 점을 P $(0,y)$ 라 하면 직선
$x-y+3=0$ 과 점 P 사이의 거리는

$$d_1=\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$
과 점 P 사이의 거리는

$$d_2=\frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1=d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}=\frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$-8y=-8 \therefore y=1$

$\therefore P\ (0\ ,1\ )$

5. 원점 $O(0,\ 0)$ 에서 직선 $(k+1)x+(k+2)y+3=0$ 에 내린 수선의 길이가 최대일 때, 그 길이는? (단, k 는 상수)

① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원점과 직선 사이의 거리를 d 라 하면

$$d=\frac{|3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k+2)^2}}=\frac{3}{\sqrt{2k^2+6k+5}}$$

$$\le \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=3\sqrt{2}$$

$(\because\ \sqrt{2k^2+6k+5}$

$$=\sqrt{2\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\ge\sqrt{\frac{1}{2}})$$